

30-0506/001

Eber

Kreiszyllindrische Tonnenschalen unter

Temperaturbeanspruchung.

30-0503

Varb
Hatalapozs

Bibliogr
Hatalapozs

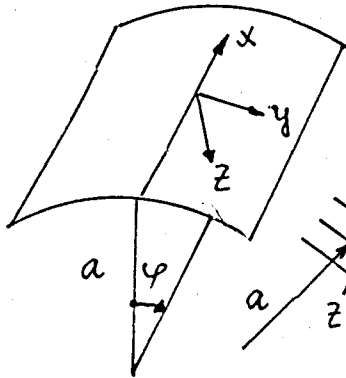
Hatalapozs

von Dr.-Ing. Josef Eibl

BIBLIOTHEK
Institut für Eisenbau, Maschinenbau und Bauwesen
der Technischen Universität Braunschweig
Postfach 3300
D-3300 Braunschweig

Ca 1964

Verzeichnis der verwendeten Abkürzungen.



- X, Y, Z = Oberflächenlasten
- x, φ, a = Zylinderkoordinaten
- x, y, z = kartesische Koordinaten
- u, v, w = Verschiebungen in x, y, z -Richtung
- l = Zylinderlänge
- d = Schalendicke
- n, m, q = Schnittkräfte nach [2]
- E = Elastizitätsmodul
- μ = Querdehnungszahl
- α = Wärmeausdehnungskoeffizient
- C = spezifische Wärme
- $\bar{\alpha}$ = Wärmeübergangszahl
- β = Wärmeleitzahl
- T = Temperatur
- t = Zeit (Uhrzeit)
- ρ = Dichte
- Q = Wärmemenge
- m = Masse
- \bar{q} = Wärmeeinstrahlung der Sonne auf die Erdoberfläche
- q = Wärmeeinstrahlung auf eine waagrechte Fläche

Abkürzungen.

$$D = \frac{Ed}{(1-\mu^2)},$$

$$K = \frac{Ed^3}{12(1-\mu^2)},$$

$$k = \frac{d^2}{12a^2}$$

(Alle übrigen Abkürzungen sind unmißverständlich dem Text zu entnehmen!)

Zeiger.

T = Temperatur

t = Zeit (Uhrzeit)

\angle = Luft

\circ = Lösung der inhomogenen Differentialgleichung (Membrantheorie)

Kreiszyindrische Tonnenschalen unter

Temperaturbeanspruchung.

von Dr.-Ing. Josef Eibl in Fa. Dyckerhoff & Widmann
Nürnberg.

1. Allgemeines.

Während einer 4-jährigen Tätigkeit am Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der TH Braunschweig hatte der Verfasser oftmals Gelegenheit Schäden an Ingenieurbauwerken zu untersuchen; dabei hat sich gezeigt, daß in der Mehrzahl aller Fälle die Schäden entweder durch mangelnde Bauausführung, durch nicht sachgemäße Beurteilung des Baugrundes oder durch nicht ausreichende Untersuchung der sogenannten Nebenspannungen verursacht wurden. Nur in einer geringen Zahl von Fällen konnten die Schäden auf eine unzureichende Untersuchung der Lastfälle, Eigengewicht, Nutzlast, Erddruck etc. in der statischen Berechnung zurückgeführt werden. Der Verfasser konnte daraus den Schluß ziehen, daß, wenn Schäden vermieden werden sollen, auch den sogenannten Nebenspannungen, nämlich Beanspruchungen aus Temperatur, Schwinden und gegebenenfalls Kriechen mehr Beachtung geschenkt werden muß. Dies muß nicht unbedingt zu einer wesentlichen Erweiterung der statischen Berechnungen führen. In den meisten Fällen genügt es, mit einer überschlägigen Berechnung die aus Temperatur und Schwinden resultierenden Schnittkräfte näherungsweise zu erfassen, um eine entsprechende konstruktive Maßnahme zu treffen. In Sonder-

fällen wird sich eine ausführlichere Rechnung manchmal nicht vermeiden lassen.

Während bei Stabwerken entsprechende Nachweise sehr leicht zu führen sind, ist dies bei Flächentragwerken oft nicht möglich, da nicht genügend in der Praxis anwendbare Rechenverfahren vorliegen.

Bei komplizierten Kombinationen von Rundsilos, z.B. sogenannten Kleeblattsilos, im Reaktorbau etc. ist es nicht immer möglich, mit den einfachen Gleichungen für rotationssymmetrische Schalen auszukommen. Es ist oftmals notwendig, Abschnitte von rotationssymmetrischen Kreiszylinderschalen, üblicherweise als Tonnenschalen bezeichnet, zu untersuchen. Auch bei Tonnenschalen des Hochbaus besteht ein gewisses Bedürfnis Temperatur- und Schwindeinflüsse näher zu studieren, wenn über die bisher angewandte und bewährte Konstruktionspraxis wesentlich hinausgegangen wird. Der zunehmende Wettbewerb bestärkt die Tendenz "stille Reserven" abzubauen und die Materialfestigkeit, selbstverständlich unter Wahrung der erforderlichen Sicherheit, voll auszuschöpfen.

Die vorliegende Arbeit soll helfen eine kleine Lücke zu schließen. Sie besteht aus 2 Teilen. Zunächst werden die entsprechenden statischen Grundgleichungen für temperaturbeanspruchte Tonnenschalen entwickelt und erläutert. Im 2. Teil werden diese Ergebnisse auf Tonnenschalen des Hochbaus angewendet, um zu zeigen wie man in begründeten Ausnahmefällen den Einfluß der Temperatur auf die Schalenschnittkräfte berücksichtigen kann.

2. Die statischen Grundlagen für die Ermittlung der Temperaturschnittkräfte einer Tonnenschale.

Im folgenden wird die Differenzialgleichung der Kreiszyklinderschale mit beliebiger, aber über der Schalendecke konstanter Erwärmung entwickelt und gelöst. Für die meisten baupraktisch wichtigen Fälle dürfte dies genügen, da Schalen des Hochbaus kein nennenswertes Temperaturgefälle über die Dicke aufweisen.

2.1 Ableitung der maßgebenden Differentialgleichung.

Macht man den von Duhamel-Neumann eingeführten Ansatz für die Dehnungen bei stationärer Wärmebeanspruchung (vgl. auch [1]) mit der Annahme, daß α unabhängig von T ist,

$$\sum \varepsilon = \varepsilon_{u,v,w} - \alpha T(x, \varphi), \quad (1)$$

so lauten die Beziehungen für die Spannungen:

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_x + \mu \varepsilon_\varphi) - \frac{(1+\mu) \alpha T(x, \varphi) \frac{E}{1-\mu^2}}{1-\mu^2}, \quad (2a)$$

$$\sigma_\varphi = \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_\varphi + \mu \varepsilon_x) - \frac{(1+\mu) \alpha T(x, \varphi) \frac{E}{1-\mu^2}}{1-\mu^2}, \quad (2b)$$

$$\tau_{x,\varphi} = \frac{E}{2(1+\mu)} \gamma_{x,\varphi} + 0. \quad (2c)$$

Die bekannten Spannungs - Dehnungsbeziehungen sind also um die unterstrichenen Beträge

$$- (1+\mu) \alpha T(x, \varphi) \frac{E}{1-\mu^2}$$

zu ergänzen, d.h. die Schnittkräfte, Integrale der Spannungen, sind ebenfalls um additive Glieder zu erweitern. Da die üblichen Beziehungen zwischen Schnittkräften und Spannungen bzw. Dehnungen hinreichend bekannt sind (vgl. z.B. [2]) genügt es zunächst nur die additiv hinzutretenden Glieder zu verfolgen.

Um die Integration über die Schalenstärke durchführen zu können, ist es notwendig, einen brauchbaren Ansatz für die Funktion $T-T(x, \varphi)$ zu machen. Es soll der einfachste Ansatz für eine in 2 Koordinaten veränderliche Größe gewählt werden, eine doppelte Fourierreihe. Die Frage nach einer mehr oder weniger guten Konvergenz bleibt dabei zunächst von untergeordneter Bedeutung, da die praktisch wichtigen Temperaturverteilungen im Anwendungsbereich des Bauingenieurs meist mit wenigen Reihengliedern hinreichend beschrieben werden können. Es sei folgender Ansatz gewählt:

$$T(x, \varphi) = \sum_m \sum_p T_{mp} \cos m\varphi \sin \frac{p\pi x}{a}, \quad (3)$$

mit $\frac{p\pi}{a} = \frac{p\pi a}{\rho}, \quad (p = 0, 1, 2, 3, \dots),$
 $(m = 0, 1, 2, 3, \dots).$

Die "zusätzlichen" Temperaturspannungen lauten damit:

$$\sigma_{xT} = -\frac{\alpha(1+\mu)}{1-\mu^2} \cdot E \cdot \sum_m \sum_p T_{mp} \cos m\varphi \sin \frac{p\pi x}{a}, \quad (4a)$$

$$\sigma_{\varphi T} = -\frac{\alpha(1+\mu)}{1-\mu^2} \cdot E \cdot \sum_m \sum_p T_{mp} \cos m\varphi \sin \frac{p\pi x}{a}, \quad (4b)$$

$$\tau_{x\varphi T} = 0. \quad (4c)$$

sodaß sich die folgenden Schnittkräfte daraus ergeben (vgl. [2]):

$$n_{\varphi\pi} = \int_{-h}^{+h} \bar{\sigma}_{\varphi} dz = -\alpha(1+\mu) \cdot D \sum_m \sum_p \bar{T}_{mp} \cos m\varphi \sin \frac{p\pi x}{a}, \quad (5a)$$

$$n_{x\pi} = \int_{-h}^{+h} \bar{\sigma}_x \left(1 + \frac{z}{a}\right) dz = -\alpha(1+\mu) \cdot D \sum_m \sum_p \bar{T}_{mp} \cos m\varphi \sin \frac{p\pi x}{a}, \quad (5b)$$

$$m_{x\pi} = -\int_{-h}^{+h} \bar{\sigma}_x \left(1 + \frac{z}{a}\right) z dz = \frac{K\alpha}{a} (1+\mu) \sum_m \sum_p \bar{T}_{mp} \cos m\varphi \sin \frac{p\pi x}{a}, \quad (5c)$$

$$m_{\varphi\pi} = \int_{-h}^{+h} \bar{\sigma}_{\varphi} z dz = 0,$$

$$m_{x\varphi\pi} = \int_{-h}^{+h} \bar{\tau}_{x\varphi} \left(1 + \frac{z}{a}\right) dz = 0,$$

$$m_{\varphi x\pi} = -\int_{-h}^{+h} \bar{\tau}_{x\varphi} z dz = 0,$$

$$n_{\varphi x\pi} = \int_{-h}^{+h} \bar{\tau}_{x\varphi} dz = 0,$$

$$n_{x\varphi\pi} = -\int_{-h}^{+h} \bar{\tau}_{x\varphi} \left(1 + \frac{z}{a}\right) dz = 0,$$

$$q_{\varphi\pi} = -\int_{-h}^{+h} \bar{\tau}_{x\varphi} dz = 0,$$

$$q_{x\pi} = -\int_{-h}^{+h} \bar{\tau}_{xz} \left(1 + \frac{z}{a}\right) dz = 0.$$

Führt man diese "zusätzlichen" Temperaturschnittkräfte zusammen mit den Schnittkräften infolge der auftretenden Verformungen (vgl. [1]) in die folgenden Gleichgewichtsbedingungen nach Flügge ein:

$$a \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial n_{\varphi x}}{\partial \varphi} + \chi a = 0, \quad (6a)$$

$$a \frac{\partial u_{\varphi}}{\partial \varphi} + a^2 \frac{\partial u_{x\varphi}}{\partial x} - \frac{\partial m_{\varphi}}{\partial \varphi} - a \frac{\partial n_{x\varphi}}{\partial x} + \gamma a^2 = 0, \quad (6b)$$

$$a n_{\varphi} + \frac{\partial^2 m_{\varphi}}{\partial \varphi^2} + a \frac{\partial^2 m_{x\varphi}}{\partial x \partial \varphi} + a^2 \frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + a \frac{\partial^2 m_{\varphi}}{\partial x \partial \varphi} + \tau a^2 = 0, \quad (6c)$$

so lauten die Gleichgewichtsbedingungen nach Durchführung der entsprechenden Differentiation und bei Berücksichtigung von $X=Y=Z=0$ (äußere Lasten sollen nicht vorhanden sein) vgl. [2] :

$$\begin{aligned} & a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{2}(1-\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \mu a \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{1}{2}(1+\mu) a \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \varphi} \\ & + k \left[\frac{1}{2}(1-\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} - a^3 \frac{\partial^3 \omega}{\partial x^3} + \frac{1}{2}(1-\mu) a \frac{\partial^3 \omega}{\partial x \partial \varphi^2} \right] \\ & - \alpha \alpha (1+\mu) \cdot D \sum_m \sum_p T_{mp} \frac{l_p}{a} \cos m\varphi \cdot \sin \frac{l_p x}{a} = 0, \end{aligned} \quad (7a)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}(1+\mu) a \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \varphi} + \frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{2}(1-\mu) a \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial \omega}{\partial \varphi} \\ & + k \left[\frac{1}{2}(1-\mu) a^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{1}{2}(3-\mu) a^2 \frac{\partial^3 \omega}{\partial x^2 \partial \varphi} \right] \\ & + \alpha \alpha (1+\mu) \cdot D \sum_m \sum_p T_{mp} \sin m\varphi \sin \frac{l_p x}{a} = 0, \end{aligned} \quad (7b)$$

$$\begin{aligned} & \mu a \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \omega + k \left[\frac{1}{2}(1-\mu) a \frac{\partial^3 v}{\partial x \partial \varphi^2} - a^3 \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \right. \\ & \left. - \frac{1}{2}(3-\mu) a^2 \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial \varphi} + a^4 \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2a^2 \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial \varphi^2} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial \varphi^4} + 2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial \varphi^2} + \omega \right] \\ & - \alpha \alpha (1+\mu) \cdot D \sum_m \sum_p T_{mp} \cos m\varphi \sin \frac{l_p x}{a} = 0. \end{aligned} \quad (7c)$$

Der Anteil m_{XT} wurde dabei, wie üblich, vernachlässigt. Betrachtet man die unterstrichenen Temperaturanteile als fiktive Lasten (vgl. 6a, 6b, 6c), die gewöhnlich auf der rechten Gleichungsseite stehen, so lauten diese:

$$\bar{X} = -\alpha(1+\mu) D \sum_m \sum_p T_{mp} \frac{l_p}{a} \cos m\varphi \cos \frac{l_p x}{a}, \quad (8a)$$

$$\bar{y} = + \frac{\alpha}{a} (1+\mu) \cdot D \sum_m \sum_p m T_{mp} \sin m\varphi \sin \frac{p x}{a}, \quad (8b)$$

$$\bar{z} = - \frac{\alpha}{a} (1+\mu) \cdot D \sum_m \sum_p T_{mp} \cos m\varphi \sin \frac{p x}{a}. \quad (8c)$$

Um eine spezielle Lösung der erweiterten simultanen Differenzialgleichungen 6a, 6b, 6c, bei denen X, Y, Z durch $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ nach Gleichung 8a, 8b, 8c ersetzt sind, zu gewinnen, kann man den Ansatz

$$u_0 = \sum_m \sum_p u_{mp} \cos m\varphi \cos \frac{p x}{a}, \quad (9a)$$

$$v_0 = \sum_m \sum_p v_{mp} \sin m\varphi \sin \frac{p x}{a}, \quad (9b)$$

$$w_0 = \sum_m \sum_p w_{mp} \cos m\varphi \sin \frac{p x}{a}, \quad (9c)$$

machen, der für $X=0, X=\ell$ die Randbedingungen an den Endscheiben $U=V=0, \frac{\partial u}{\partial x}=0$ erfüllt. Mit diesem Ansatz erhält man folgende Bestimmungsgleichungen für u_{mp}, v_{mp}, w_{mp} .

$$u_{mp} \left[\frac{p^2}{2} + \frac{1}{2} (1-\mu) m^2 \right] - v_{mp} \cdot \frac{1}{2} (1+\mu) p m - w_{mp} \mu \cdot p = \bar{X}_{mp} \cdot a^2/D, \quad (10a)$$

$$- u_{mp} \cdot \frac{1}{2} (1+\mu) p m + v_{mp} \left[m^2 + \frac{1}{2} (1-\mu) p^2 \right] + w_{mp} \cdot m = \bar{Y}_{mp} \cdot a^2/D, \quad (10b)$$

$$u_{mp} - v_{mp} \cdot m - w_{mp} \left[1 + k \left(\frac{p^2}{2} + m^2 \right)^2 \right] = \bar{Z}_{mp} a^2/D, \quad (10c)$$

wenn
$$\bar{X} = \sum_m \sum_p \bar{X}_{mp} \cos m\varphi \sin \frac{p x}{a}, \quad (11a)$$

$$\bar{y} = \sum_p \sum_m \bar{y}_{mp} \sin m \eta_p \sin \frac{p x}{a}, \quad (11b)$$

$$\bar{z} = \sum_p \sum_m \bar{z}_{mp} \cos m \eta_p \sin \frac{p x}{a} \quad \text{ist.} \quad (11c)$$

Vergleicht man (11) und (8) miteinander, so sieht man, daß \bar{x} und \bar{y} bzw. \bar{x}_{mp} und \bar{y}_{mp} durch \bar{z} bzw. \bar{z}_{mp} ausgedrückt werden können.

$$\bar{x}_{mp} = \bar{z}_{mp} \cdot l_p, \quad (12a)$$

$$\bar{y}_{mp} = -\bar{z}_{mp} \cdot m, \quad (12b)$$

$$\bar{z}_{mp} = \bar{z}_{mp}. \quad (12c)$$

Mit $\mu = 0,2$ für Stahlbeton ergibt sich dann aus (10) das folgende vereinfachte Gleichungssystem:

u_{mp}	v_{mp}	w_{mp}		
$l_p^2 + 0,4 m^2$	$-0,6 l_p m$	$-0,2 l_p$		$= \bar{z}_{mp} \cdot l_p$
$-0,6 l_p m$	$m^2 + 0,4 l_p^2$	m		$= -\bar{z}_{mp} \cdot m$
$0,2 l_p$	$-m$	-1		$= +\bar{z}_{mp}$

(13)

(Zur weiteren Vereinfachung der Ausdrücke wurde dabei $\bar{x}_{mp} = \bar{x}_{mp} a^2/D$, $\bar{y}_{mp} = \bar{y}_{mp} a^2/D$, $\bar{z}_{mp} = \bar{z}_{mp} a^2/D$

gesetzt)

Mit Hilfe der Matrizenrechnung kann man die Lösung eines 3-gliedrigen Gleichungssystems nach folgenden Rechenregeln gewinnen:

$$X_1 = \frac{1}{A} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad X_2 = \frac{1}{A} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$X_3 = \frac{1}{A} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

wobei

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

In Anwendung auf (13) erhält man $A = -0,384 \cdot l_p^2$ und

$$V_{wp} = 0,835 \cdot \frac{\bar{z}_{wp}}{l_p}, \quad (14a)$$

$$\bar{V}_{wp} = +0,835 \cdot \frac{\bar{z}_{wp} \cdot u}{l_p^2} \quad (14b)$$

$$\bar{V}_{wp} = -0,835 \cdot \bar{z}_{wp} \left(1 + \frac{m^2}{l_p^2} \right). \quad (14c)$$

Mit diesen Ergebnissen können die Schnittkräfte aus der speziellen Lösung der erweiterten Differenzialgleichung im folgenden angeschrieben werden, wobei zu beachten ist, daß die Schnittkräfte als Funktionen von u, v, w um die entsprechenden Temperaturanteile (vgl. (2)) zu erweitern sind:

$$\begin{aligned}
 n_{\varphi,0} &= \sum \sum \left[\frac{D}{a} (-0,2 \cdot \rho \cdot \omega_{mp} + m \cdot \sigma_{mp} + \omega_{mp}) - 1,2 \alpha \cdot D \cdot \tau_{mp} \right] \cos m\varphi \sin \frac{\rho x}{a}, \\
 n_{x\varphi,0} &= \sum \sum 0,4 \left[\frac{D}{a} (-m \cdot \omega_{mp} + \rho \cdot \tau_{mp}) \right] \sin m\varphi \cos \frac{\rho x}{a}, \\
 n_{x,0} &= \sum \sum \left[\frac{D}{a} (-\rho \cdot \omega_{mp} + 0,2 m \cdot \sigma_{mp} + 0,2 \omega_{mp}) - 1,2 \alpha \cdot D \cdot \tau_{mp} \right] \cos m\varphi \sin \frac{\rho x}{a}, \\
 m_{x\varphi,0} &= -0,8 \cdot \sum \sum \rho \cdot m \cdot \omega_{mp} \sin m\varphi \cos \frac{\rho x}{a}, \\
 m_{\varphi,0} &= \sum \sum -D \cdot k (m^2 + 0,2 \rho^2) \omega_{mp} \cos m\varphi \sin \frac{\rho x}{a}, \\
 m_{x,0} &= \sum \sum \left[-D k (\rho^2 + 0,2 m^2) \omega_{mp} + \frac{K \alpha}{a} (1 + \mu) \cdot \tau_{mp} \right] \cos m\varphi \sin \frac{\rho x}{a}, \\
 q_{x,0} &= - \sum \sum \frac{D k}{a} (\rho^2 + m^2) \cdot \rho \cdot \omega_{mp} \cos m\varphi \cos \frac{\rho x}{a}, \\
 q_{\varphi,0} &= \sum \sum \frac{D k}{a} (\rho^2 + m^2) \cdot m \cdot \omega_{mp} \sin m\varphi \sin \frac{\rho x}{a}.
 \end{aligned} \tag{15}$$

Drückt man in (15) die hinzutretenden Temperaturanteile ebenso wie die Verformungsanteile durch $\bar{\varepsilon}_{mp}$ aus, so folgt nach kurzer Zwischenrechnung:

$$\begin{aligned}
 n_{x\varphi,0} &= 0, \\
 n_{x,0} &= 0, \\
 n_{\varphi,0} &= 0,
 \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
 m_{x,0} &= -Dk \sum \sum \bar{z}_{wp} \left[-0,835 \cdot l_p^2 \cdot m^2 - 0,617 \frac{m^4}{l_p^4} + 1 \right], \\
 m_{y,0} &= -Dk \sum \sum \bar{z}_{wp} \left[-m^2 - 0,167 l_p^2 - 0,835 \frac{m^4}{l_p^4} \right], \\
 m_{xy,0} &= +Dk \cdot 0,676 \cdot \sum \sum \bar{z}_{wp} \left(l_p \cdot m + \frac{m^3}{l_p} \right).
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

Die Gleichungen (16) besagen, daß die Normalkräfte bzw. Schubkräfte, wie sie sich aus der speziellen Lösung der erweiterten Differentialgleichung ergeben - näherungsweise gewöhnlich als Membranschnittkräfte (statisch bestimmte Lagerung) bezeichnet - verschwinden. Wegen des sehr kleinen Faktors k können gewöhnlich die Momente vernachlässigt werden. Nur bei stark veränderlichen Temperaturen, gekennzeichnet durch große Werte m, l_p , gewinnen die Momente an Bedeutung, wie dies auch grundsätzlich für äußere Lasten gilt. Gol'denveizer [3] hat daselbe Ergebnis für äußere Lasten nach genauer Untersuchung gewonnen.

Damit ist gezeigt, daß die auftretenden Temperaturschnittkräfte nur aus der homogenen Lösung der Differentialgleichung herrühren, d.h. den Charakter von Randstörungen haben, auch dann, wenn die Temperatur nicht gleichmäßig über die Schalenoberfläche verteilt ist. Von örtlichen Heißpunkten, wie sie von Flügge [4] bei Scheiben und Platten untersucht wurden, sei hier abgesehen.

Es liegt somit bei gegebenen Randverformungen (vgl. (14)) ein Randstörungsproblem vor, wie es ähnlich bei jeder Zylinderschalenrechnung be-

handelt werden muß, sodaß die gestellte Aufgabe als gelöst zu betrachten ist.

Bei bekannter Temperaturverteilung ist lediglich eine Fourieranalyse durchzuführen, sodaß nach (14) die Verformungen an den Rändern ermittelt werden können. Mit den Tafeln nach Rüdiger-Urban [5], Rabich [6], Apeland-Popov [7] z.B. kann das Randstörungsproblem leicht numerisch gelöst werden.

3. Der Temperaturverlauf in Stahlbetonschalen unter Sonneneinwirkung.

Im folgenden soll untersucht werden, welche Temperaturbeanspruchungen in einer Stahlbetontonnenschale im Laufe eines Sommertages auftreten, wie sie gegebenenfalls erfaßt, und berücksichtigt werden können.

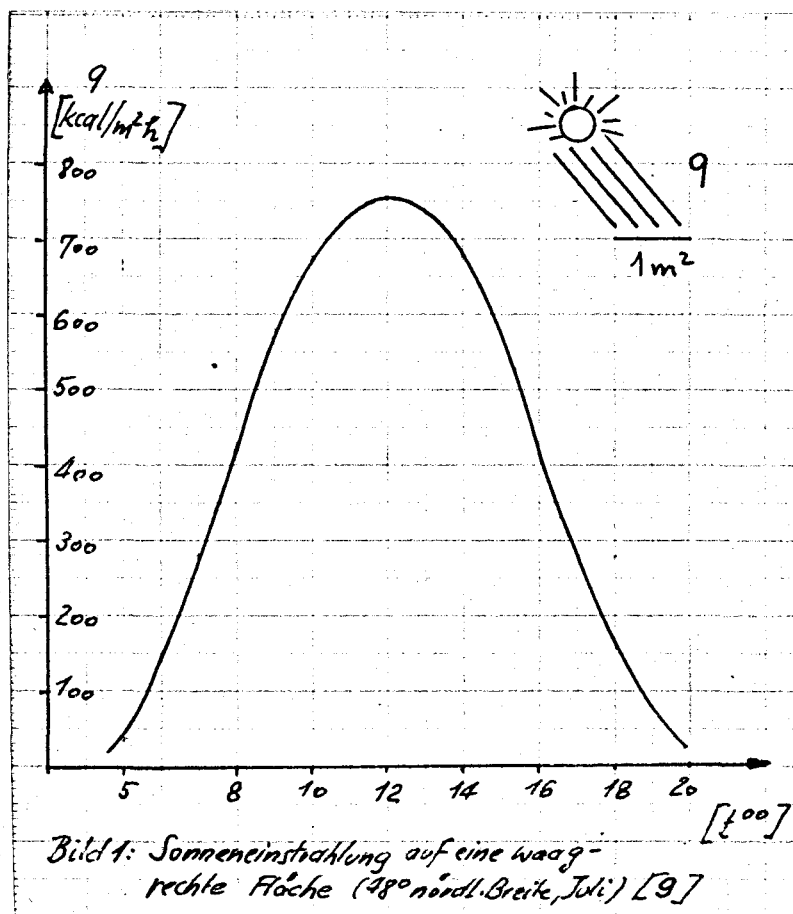
3.1 Die Wärme Gleichungen für Tonnenschalen.

Im folgenden wird versucht, die Temperaturverteilung in einer Innentonne ohne Randträger im Laufe eines Sommertages zu ermitteln.

Die Schale habe einen Öffnungswinkel von 100° ; sie sei ungeschützt der Sonne bzw. der umgebenden Luft ausgesetzt. Ein Wärmeaustausch mit der umgebenden Luft sei zunächst an der äußeren und inneren Schalenfläche möglich. Die Erzeugenden der Schale sollen vorerst von Norden nach Süden verlaufen.

Nach [8] und [9] strahlt die Sonne am 48. Breitengrad auf die Erdlufthülle am 21. Juni eine Wärmemenge von $1128 \text{ kcal/m}^2\text{h}$ ein. Ein Teil dieser

Wärme wird in der Luft durch Staubartikel, Wasserdampf und Kohlensäure absorbiert, sodaß von einer "schwarzen Fläche" auf der Erdoberfläche erheblich weniger Wärme aufgenommen wird. Da diese Einflüsse rechnerisch nur schwer zu erfassen sind, ist es zweckmäßiger von Messungen an der Erdoberfläche auszugehen.



Roedler gibt in [9] Messungen der Sonneneinstrahlung auf eine horizontale Fläche (vgl. Bild 1), gemessen im Juli auf 48° nördlicher Breite. Mit der folgenden Beziehung zwischen Sonneneinstrahlung und der auf eine waag-

rechte Fläche treffenden Strahlung (vgl. Bild 2)

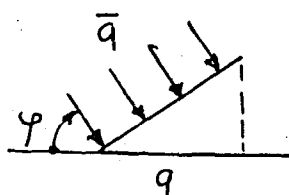


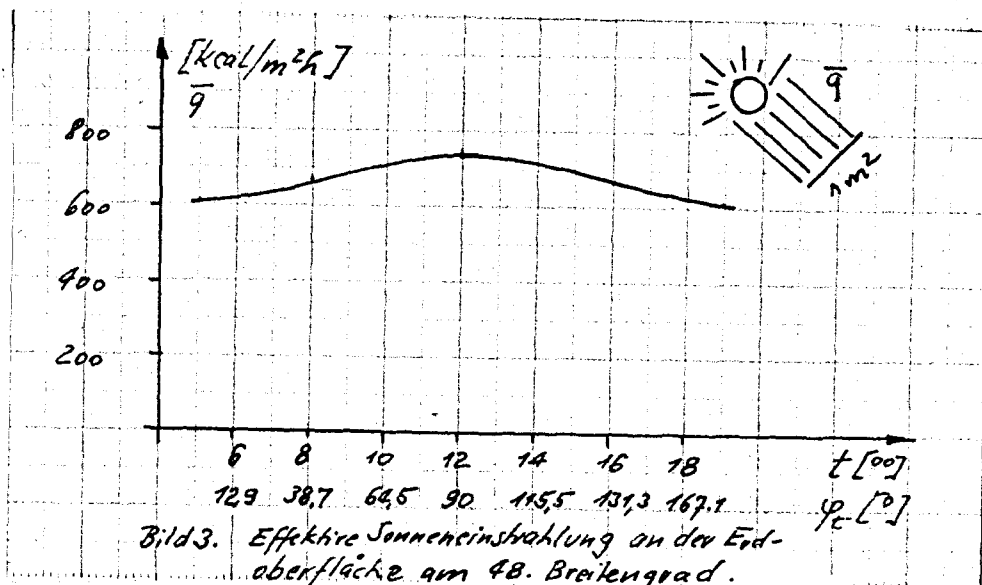
Bild 2:

$$q = \bar{q} \sin \varphi, \quad (17)$$

$$\text{d.h. } \bar{q} = \frac{q}{\sin \varphi},$$

läßt sich aus Bild 1 für \bar{q} der in Bild 3 dargestellte Verlauf gewinnen; Sonnenaufgang und Sonnenuntergang sind dabei mit 5° und 20°

angesetzt; weiter wird eine kreisförmige Bewegung der Sonne von Osten nach Westen relativ zur Erdoberfläche vorausgesetzt. Die auf der Erdoberfläche wirksame Strahlung ist also gegenüber der "Solarkonstante" um ca. 35% vermindert; in den Morgen- und Abendstunden ist der Verlust wegen des längeren Weges der Sonnenstrahlen durch die Lufthülle noch etwas größer. In Anbetracht der derartiger Rechnungen und Messungen zugrunde liegenden Unzulänglichkeit, erscheint es erlaubt im folgenden von einer an der Erdoberfläche effektiv wirksamen Solarkonstante von $760 \text{ kcal/m}^2\text{h}$ auszugehen.



Für die Lufttemperatur im Laufe eines Junitages kann man näherungsweise folgenden Ansatz machen:
(Bild 4)

$$T_L = T_0 \sin \frac{\pi}{24} (t-3) + 10 \quad (18)$$

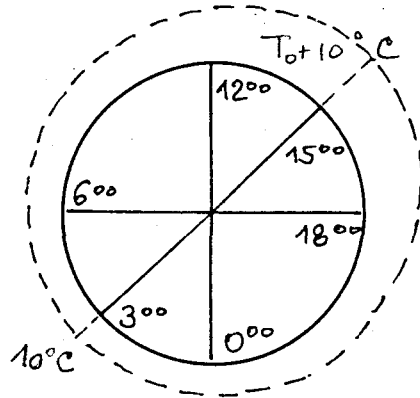


Bild 4: Abhängigkeit der Lufttemperatur von der Tageszeit.

d.h.

für $t = 3^{00} \rightarrow T_L = 10^\circ \text{C}$.

für $t = 15^{00} \rightarrow T_L = T_0 + 10^\circ \text{C}$
max

Sauter [8] gibt eine umfangreiche Tabelle der maximalen Lufttemperaturen deutscher Städte während eines Jahres. Nach dieser Tabelle kann man $T_{\max} = 35^\circ \text{C}$ d.h. $T_0 = 25^\circ \text{C}$ einführen, sodaß Gleichung (18) lautet:

$$T_L = f(t) = 25 \sin \frac{\pi}{24} (t-3) + 10. [^\circ \text{C}] \quad (19)$$

Nachdem so eine Aussage über die, die Schale beeinflussende Umgebung gemacht ist, kann man nun daran gehen eine Wärme Gleichung aufzustellen, die besagt, daß die zu einer Temperaturänderung in der Schale notwendige Wärmemenge gleich der Summe aus der eingestrahltten Wärmemenge, der abgestrahlten Wärmemenge und der durch das Material hinzu- bzw. abgeleiteten Wärmemenge sein muß. Diese einzelnen Wärmemengen werden im folgenden einzeln formuliert.

a. Eingestrahlte Wärmemenge:

Die auf eine unter dem Winkel φ_i (im Uhrzeigersinn) gegen die Horizontale geneigten Fläche eingestrahlte Wärmemenge beträgt bei einem Sonnenstand $\bar{\varphi}_t$ (vgl. Bild 5)

$$q = \bar{q} \sin(\bar{\varphi}_t - \varphi_i). \quad (20)$$

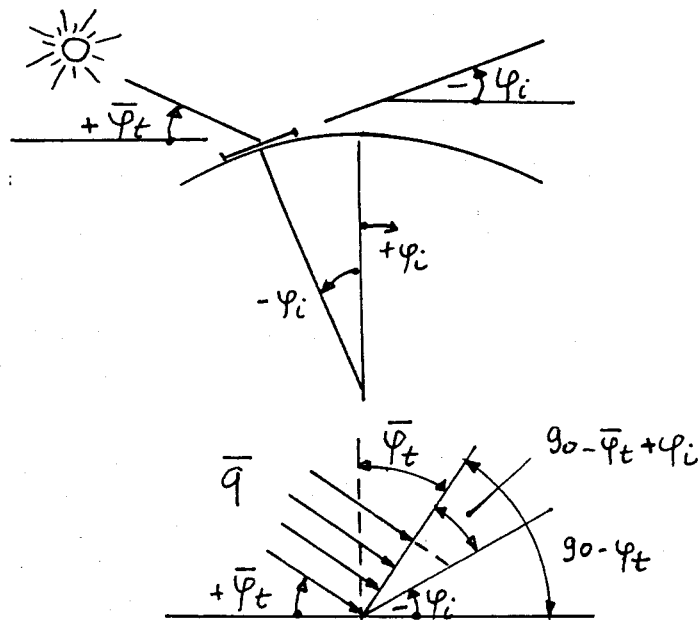


Bild 5:

Wenn sich die Sonne wie vorausgesetzt auf einem Kreis bewegt und man Sonnenauf- bzw. Sonnenuntergang mit $t = 6^{\circ}$ bzw. $t = 18^{\circ}$ ansetzt, gilt weiter

$$\bar{\varphi}_t = \frac{90}{6}(t - 6), \quad (21)$$

oder $q = \bar{q} \sin 15 \left(t - 6 - \frac{\varphi_i}{15} \right) \cdot$

(gültig für $6 + \frac{\varphi_i}{15} < t < 18 + \frac{\varphi_i}{15}$

und $6^{00} < t < 18^{00}$).

Außerhalb des angegebenen Zeitintervalls wird eine Fläche mit der Neigung φ_i von keinem Sonnenstrahl getroffen. Die von einem Flächenelement aufgenommene Wärmemenge beträgt:

$$dQ = 0,6 \cdot \bar{q} \sin 15 \left(t - 6 - \frac{\varphi_i}{15} \right) dx dy dt, \quad (22)$$

wenn man nach [9] annimmt, daß 60% der einstrahlten Wärme vom Beton absorbiert wird.

b. Abgegebene Wärmemenge:

Die an die Außenluft abgegebene Wärmemenge beträgt (vgl. [10]):

$$dQ = \alpha (T - T_L) dx dy dt,$$

oder mit (19)

$$dQ = \alpha \left[T - 25 \sin \frac{\pi}{24} (t - 3) - 10 \right] dx dy dt. \quad (23)$$

c. Die hinzu- bzw. abgeleitete Wärmemenge beträgt:

$$dQ = \beta \cdot \frac{dT}{dy} dx \cdot dy \cdot dt,$$

(vgl. z.B. [10]) da im betrachteten Fall nach

Voraussetzung $\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0$ ist.

Die Summe der für eine Temperaturänderung zur Verfügung stehenden Wärme lautet mithin:

$$\begin{aligned} \Sigma Q = & +0,6\bar{q} \sin 15 \left(t - 6 - \frac{\varphi_i}{15} \right) dx \, a \, dy \, dt \\ & - \bar{\alpha} \left[T - \left(25 \sin \frac{\pi}{24} (t-3) - 10 \right) \right] dx \, a \, dy \, dt \\ & + \beta \frac{dT}{a \, dy} dx \cdot d \cdot dt. \end{aligned} \quad (24)$$

Um nun in einer bestimmten Masse m eine Temperaturänderung dT herbeizuführen bedarf es einer Wärmemenge [10] :

$$dQ = c \cdot m \cdot dT = c \cdot \rho \, dx \cdot a \, dy \cdot d \cdot dT. \quad (25)$$

Setzt man (24) mit (25) gleich, so erhält man nach einigen Zwischenrechnungen folgende Differenzialgleichung für die Erwärmung einer Schale:

$$\begin{aligned} - \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \alpha \frac{\partial T}{\partial t} + \nu T = & \frac{0,6 \cdot a^2}{d \cdot \beta} \bar{q} \sin 15 \left(t - 6 - \frac{\varphi_i}{15} \right) \\ & + \nu \left[25 \sin \frac{\pi}{24} (t-3) - 10 \right], \end{aligned} \quad (26)$$

wenn man folgende Abkürzungen einführt

$$\nu = \frac{\bar{\alpha} \cdot a^2}{d \cdot \beta} ; \quad \alpha = \frac{c \cdot \rho \cdot a^2}{\beta}.$$

Die Randbedingungen lauten dabei:

1. $t = 6^{00} \rightarrow T = T_L$ für alle φ ,
2. $T_\varphi = T_\varphi$ (Innentonne) für alle t .
links rechts

Wenn wir statt t die Veränderliche

$$u = t - b$$

einführen, geht Gleichung (26) über in

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} - \kappa \frac{\partial T}{\partial u} - \nu T = f(\varphi, u), \quad (27)$$

mit den Randbedingungen

$$\begin{aligned} 1. \quad u=0 & \rightarrow T = T_L & \text{für alle } \varphi, \\ 2. \quad T_{\varphi} &= T_{\varphi} & \text{für alle } u. \\ \text{links} & \quad \text{rechts} \end{aligned}$$

Nach Smirnow [11] ist diese Differenzialgleichung in geschlossener Form nicht lösbar. Smirnow verweist auf eine Arbeit von Rothe in "Math. Ann." [12], die ein spezielles Differenzenverfahren zur Lösung derartiger Probleme näher mathematisch untersucht. Der Verfasser hat es jedoch vorgezogen, das übliche Differenzenverfahren (vgl. z.B. [13]) anzuwenden.

Statt der Differentialquotienten führt man ersatzweise die Differenzenquotienten

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{h}, \\ \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} &= \frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{L^2} \end{aligned}$$

ein, wobei $t = j \cdot h$ und $\varphi = i \cdot L$ ($i = 1, \dots, m$).
Gleichung (27) geht damit über in

$$\frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{L^2} - \kappa \frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{h} - \nu T_{i,j} = f_{i,j}, \quad (28)$$

oder nach entsprechender Zwischenrechnung in

$$T_{i,j+1} = -c \cdot f_{i,j} + \bar{\sigma} (T_{i+1,j} + T_{i-1,j}) - \kappa T_{i,j}, \quad (29)$$

wobei $c = \frac{h}{\alpha}, \quad \bar{\sigma} = \frac{h}{\alpha L^2}, \quad \kappa = \frac{\chi}{\alpha L^2}$

wenn $\chi = [\nu L^2 h - \alpha L^2 + 2h]$.

Die Randbedingungen gehen dabei über in:

1. $T_{i,0} = T_{i,\text{Luft}}$ für alle i ,
2. $T_{1,j} = T_{m,j}$ für alle j .

Es ist darauf zu achten, daß bei der Ermittlung der Werte $f_{i,j}$ die Bedingungen (21) eingehalten werden, d.h. der Einstrahlungsanteil ist nur im Bereich

$$\frac{\varphi_i}{15} < \alpha < 12 + \frac{\varphi_i}{15}$$

zu berücksichtigen, da außerhalb dieser Zeit die betrachtete Fläche nicht von der Sonne bestrahlt wird.

Im folgenden soll ein Beispiel gewählt werden, daß es erlaubt weitere Aussagen über Gleichung (29) zu machen:

Beispiel: Innentonne

$$a = 16,4 \text{ m}, \quad d = 0,07 \text{ m}.$$

Die Wärmekoeffizienten nach [14] lauten:

$$\begin{aligned} \bar{\alpha} &= 12 \text{ kcal/m}^2\text{h} & (\text{einseitige Abstrahlung}) \\ \rho &= 2400 \text{ kg/m}^3 \\ c &= 0,2 \text{ kcal/kg}^\circ \\ \beta &= 1,0 \frac{\text{kcal}}{\text{h} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{cm}} \end{aligned}$$

$$\angle = 16,7^\circ = 0,291$$

$$h = 1 \text{ m}$$

Errechnet man daraus die Koeffizienten der Gleichung (29), so findet man

$$e = 0,772 \cdot 10^5$$

$$\bar{o} = 1,0 \cdot 10^4$$

$$\nu = -0,642$$

$$f_{i,g} = 380 \cdot 10^4 \quad \text{für } u = 3 \quad (t = 9^{00})$$

$$\varphi = 0, \text{ z.B.}$$

Man ersieht daraus, daß für eine praktische Berechnung der Ausdruck $\bar{o}(\bar{T}_{i+1,g} + \bar{T}_{i-1,g})$ bei dem gewählten Beispiel vernachlässigt werden kann.

Streicht man demzufolge in Gleichung (29) den Ausdruck $\bar{o}(\bar{T}_{i+1,g} + \bar{T}_{i-1,g})$ sowie bei χ den Wert $2h$ (29), der bei dem gewählten Beispiel mit

$$\nu L^2 h = 39,2 \cdot 10^2$$

$$\alpha L^2 = 10,85 \cdot 10^3$$

$$h = 1$$

ebenfalls ohne Einfluß auf die numerische Auswertung ist, so geht Gleichung (29) über in:

$$\bar{T}_{i,g+1} = -f_{i,g} \frac{h}{\alpha} - \bar{T}_{i,g} \left(\frac{\nu h}{\alpha} - 1 \right) \quad (30)$$

$$\text{oder} \quad -\alpha \frac{\bar{T}_{i,g+1} - \bar{T}_{i,g}}{h} - \nu \bar{T}_{i,g} = f_{i,g}.$$

Führt man statt des Differenzenquotienten den Differenzialquotienten ein, so ergibt sich:

$$-\alpha \frac{\partial T}{\partial t} - rT = f_{i,j},$$

(31)

d.h. Gleichung (26) bei der $\frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2}$ vernachlässigt ist.

Bei dem gewählten Beispiel mit den entsprechenden Werten $L = 16,7^\circ$, $h = 1h$ ist also der Einfluß der Wärmeleitung nicht erfassbar; offensichtlich ist ein Differenzenverfahren mit einer Intervallteilung $\Delta\varphi = 16,7^\circ C$ noch nicht genau genug.

Da der Einfluß der Wärmeleitung bei ungleicher Erwärmung einer Tonnenreihe sicher am Übergang von einem Tonnenrand zum benachbarten (vgl. Bild 6 Fig. a) wegen der dort herrschenden Temperaturdifferenz am größten ist, sei nun folgende Frage gestellt: Wie groß muß $\Delta\varphi$ sein, d.h. in welchem Bereich von φ erfolgt ein Temperaturübergang von einem Schalenrand zum anderen so, daß $\bar{\sigma} \cdot [\bar{T}_{i+1,j} + \bar{T}_{i-1,j}]$ wenigstens $1^\circ C$ ausmacht?

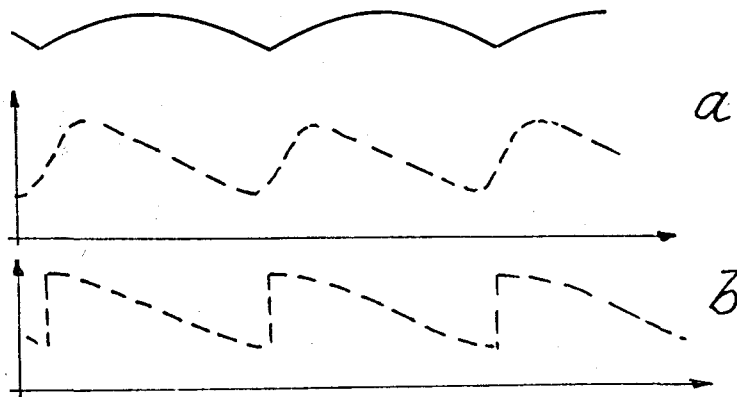


Bild 6: Temperaturverlauf über einer Tonnenreihe

Unter der Annahme

$$T_{i+1,g} + T_{i-1,g} \approx 100^\circ \text{C}$$

gilt $\frac{h}{\alpha L^2} = \frac{h \cdot \beta}{L^2 c \cdot \rho \alpha^2} = 1 \cdot 10^{-2} \rightarrow \frac{h \cdot \beta}{c \cdot \rho} = \frac{\alpha^2 L^2}{10^{-2}}$

Mit den Werten c, ρ, β nach [14] und $h = 1 \text{ k}$ ist

$$\alpha^2 L^2 = 0,2 \quad \text{d.h.} \quad \Delta \varphi = 1,6^\circ$$

Mit anderen Worten erst bei einer Intervallteilung $\Delta \varphi = 1,6^\circ$ beginnt sich der Einfluß von

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} \quad \text{am Übergang bemerkbar zu machen, d.h.}$$

der Übergang selbst findet in einem Bereich statt, der sicher kleiner als $1,6^\circ$ ist. Im "Inneren" der Schale ist der Anteil $\frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2}$ sowieso ohne Einfluß, da bei Sonneneinstrahlung dort $\frac{\partial T}{\partial \varphi}$ nahezu konstant ist. Beim Baustoff Stahlbeton ist die Annahme $\frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} \approx 0$ als Grenzfall, der die tatsächlichen Verhältnisse nahezu exakt wiedergibt (Bild 6 Fig. b) durchaus vertretbar.

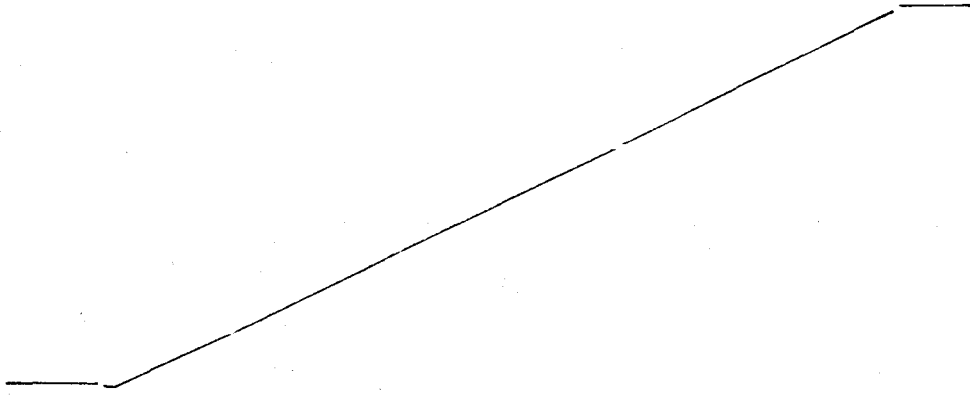
Vergleichsweise würde bei einer Stahlschale mit $\beta = 60$

$$\Delta \varphi \approx 1,6 \cdot 60 = 96^\circ,$$

d.h. hier ist der Einfluß der Wärmeleitung von entscheidender Bedeutung und kann keinesfalls vernachlässigt werden.

Beim vorliegenden Fall einer Stahlbetonschale dagegen genügt es also von der einfacheren Differenzialgleichung (31) auszugehen, die elementar integrierbar ist. Für diese Differenzialgleichung:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha^2 c \rho}{\beta} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\alpha a^2}{d \cdot \beta} T &= \frac{\alpha^2 \cdot 0,6}{\beta} \cdot \frac{1}{d} \sin 15 \left(u - \frac{\varphi_i}{15} \right) \\ &+ \frac{\alpha a^2}{d \cdot \beta} \left[25 \sin \frac{\varphi}{24} (u+3) + 10 \right] \end{aligned}$$



lautet die Lösung

$$T = C e^{-\frac{\bar{\alpha}}{cm} t} \frac{\bar{\alpha}}{cm} \left\{ 25 \frac{\cos \left[\frac{\pi}{24} (t-3) + \varphi \right]}{\sqrt{\frac{\bar{\alpha}^2}{(cm)^2} + \left(\frac{\pi}{24} \right)^2}} \right\} + 10 - \frac{\frac{0,6}{cm} \cdot \bar{\alpha}}{\sqrt{\frac{\bar{\alpha}^2}{(cm)^2} + \gamma^2}} \cos \left[15 \left(t - 6 - \frac{\pi}{15} \right) + \varphi \right], \quad (32)$$

mit $\gamma = 0,262$, $\varphi \varphi = \frac{\bar{\alpha}}{cm} \cdot \frac{2a}{280}$, $\varphi \varphi = \frac{\bar{\alpha}}{cm} \cdot \gamma$, $u = t - 6$.

wenn man statt $e \cdot s \cdot d = e \cdot m$ einführt, wobei $m = \text{Masse}/m^2$ ist.

Nach (32) hängt damit T nur mehr von φ , und t (oder u) ab, sowie von der Masse m/m^2 , jedoch nicht mehr von Schalenradius a . Mit anderen Worten, wenn $T = T(\varphi, t)$ für ein mittleres m , z.B. für $d = 7\text{cm}$, d.h. $m = 168 \text{ kg}/m^2$ ermittelt wird, so kann dieses Ergebnis für alle baupraktisch wichtigen Schalen als allgemein gültig betrachtet werden. Bei Punkt 3.2 wird von diesem wichtigen Ergebnis Gebrauch gemacht.

3.2 Der Temperaturverlauf in beliebig orientierten Tonnenschalen.

Es sei zunächst eine "Nord-Süd orientierte" Schale - die Erzeugenden verlaufen in Nord-Südrich-

tung - näher untersucht. Für diesen Fall wurden die Wärmegleichungen (26) bzw. (31) abgeleitet. Die Verallgemeinerung auf beliebig orientierte Schalen erfolgt im Anschluß daran.

Eine Wärmeabgabe an die umgebende Luft soll dabei an der Schalenober- und Unterseite möglich sein.

Man kann dazu grundsätzlich 2 Wege einschlagen. Einmal kann man die Lösung (32) der vereinfachten Differentialgleichung numerisch auswerten, zum anderen Mal kann man die Differenzenrechnung zur Lösung der strengen, vollständigen Gleichung (26) wie in (29) angegeben, heranziehen. Der Verfasser hat die Temperaturverläufe auf beide Arten ermittelt. Hier soll nur die letztere behandelt werden, da sie keinesfalls langwieriger ist, ständig eine gewisse Rechenkontrolle ermöglicht, und es in Sonderfällen stets ermöglicht ohne die Vernachlässigung von $\frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2}$ zu rechnen.

Gewählt seien wieder die Zahlenwerte von Seite - 19 - jedoch wegen der doppelten Wärmeabgabe wird

$$\bar{\alpha} = 24 \text{ [kcal/m}^2\text{h]} \text{ gesetzt.}$$

Die Koeffizienten der Gleichung (26) a, b, c lauten dann:

$$c = 0,772 \cdot 10^{-5}$$

$$\bar{o} = 1,0 \cdot 10^{-4}$$

$$r = -0,288$$

sodaß gilt (29)

$$T_{i,g+1} = -0,772 \cdot 10^{-5} \cdot f_{i,g} + 0,288 \cdot T_{i,g} \quad (33)$$

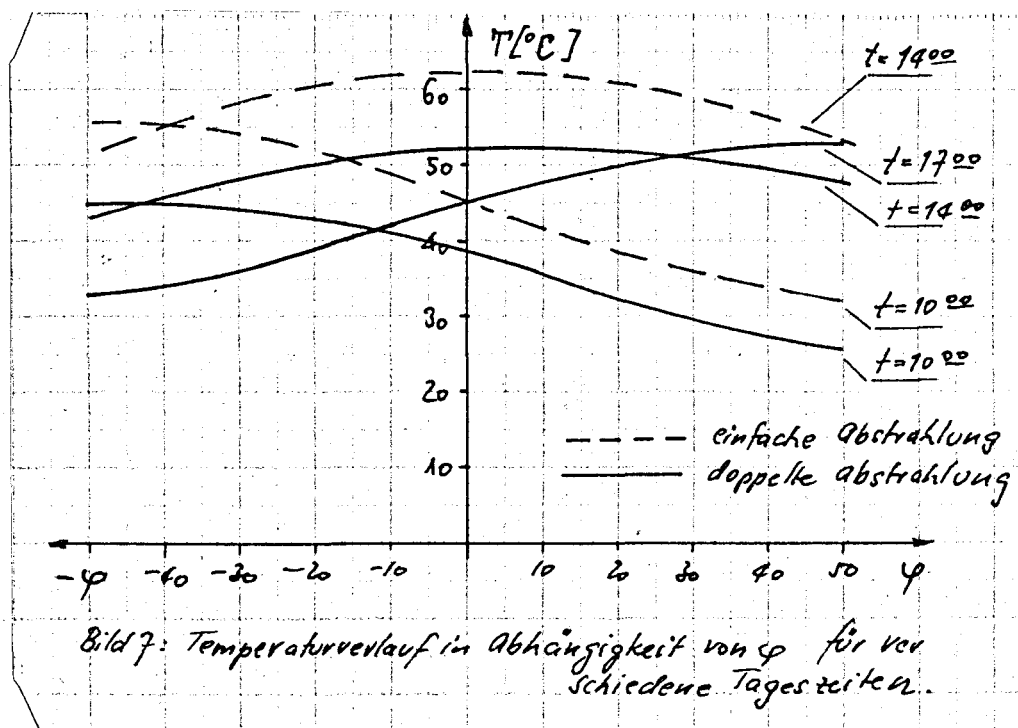
Die Anfangsbedingung hierzu lautet:

für $u = 0$, $T = T_L$ für alle φ .

Die Auswertung von (30) wurde mit dem Rechenschie-

ber durchgeführt. Die Temperaturwerte wurden für $t = 6^{00}$, 7^{00} etc. bis 18^{00} ermittelt. Auf eine Wiedergabe der Zahlenrechnung sowie der einzelnen Temperaturkurven sei hier der Übersichtlichkeit halber verzichtet.

Zu Vergleichszwecken wurden außerdem 2 Temperaturkurven für einfache Abstrahlung, d.h. für den Fall, daß Wärme nur an der Schalenoberseite abgegeben werden kann, weil z.B. eine Unterdecke jede Luftzirkulation unterbindet, ermittelt. Bild 7 zeigt das Ergebnis der Berechnung für $t = 10^{00}$, $t = 14^{00}$ und $t = 17^{00}$.



Aus Bild 7 ist deutlich zu erkennen, wie sich zunächst ($t = 10^{00}$) ein Wärmegefälle über die Schale von Osten nach Westen einstellt. Gegen 14^{00} liegt eine etwa symmetrische Temperaturverteilung vor,

während sich am Nachmittag ($t = 17^{\circ 00}$) ein deutliches Temperaturmaximum im Westen einstellt. Was die Größe der errechneten Absolutwerte betrifft, so wird auf Sauter [8] verwiesen, der von Messungen [15] berichtet, wonach an Gebäudewänden und auf Flachdächern bei 25°C Lufttemperatur, Oberflächentemperatur von bis zu 70°C gemessen wurden. Bild 8 zeigt den zeitlichen Verlauf der Außentemperatur und des Außenputzes von Wänden im Sommer gemessen bei wolkenlosem Himmel (nach Reiher, Kinzel, Labus [16]).

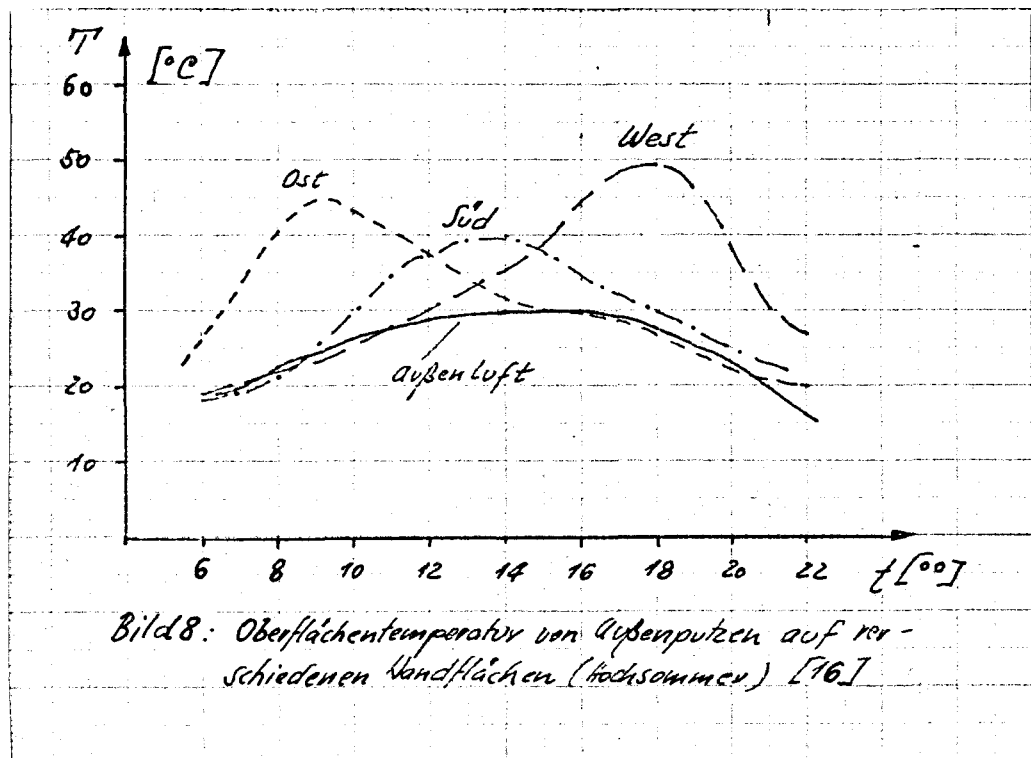
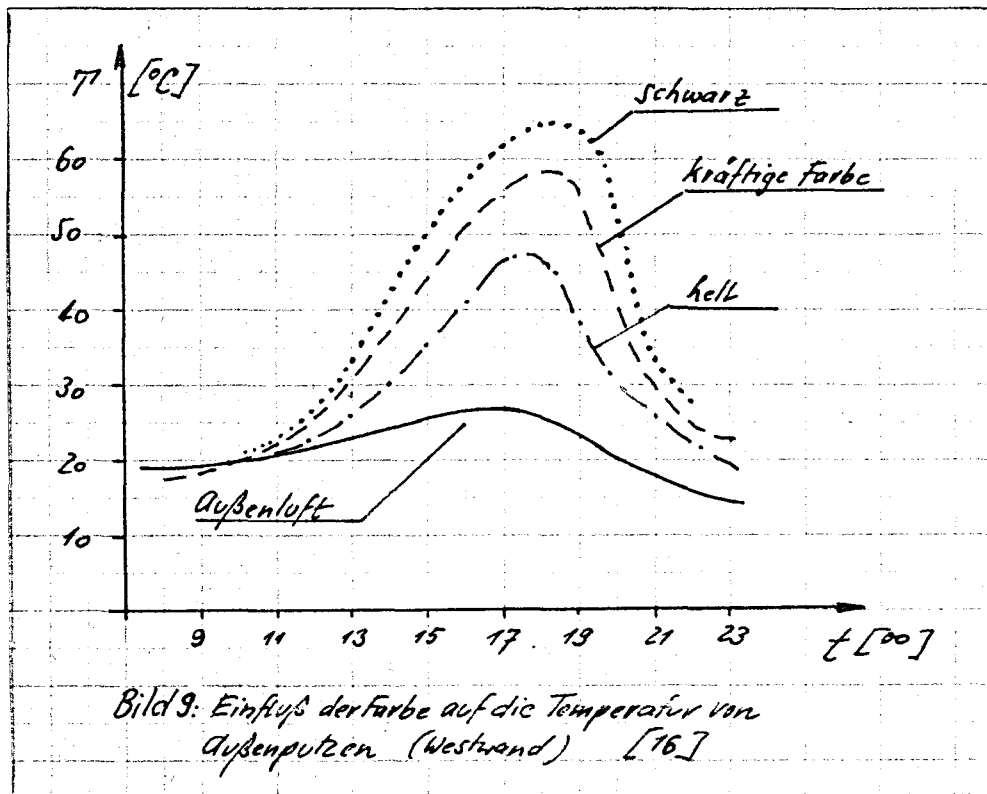


Bild 9 zeigt die Abhängigkeit der Maximaltemperatur von der Farbe der Außenwände (ebenfalls nach [16]). Vergleicht man diese Messungen mit den hier errechneten Werten, so kann man gute Übereinstellung feststellen; in beiden Fällen liegen die

Temperatur-Maxima bei ungefähr $50 - 60^{\circ}\text{C}$, wenn man für Beton "helle Farbe" nach Bild 9 zugrunde legt; der zeitliche Wert für das Maximum mit ca. 17^{oo} - 18^{oo} stimmt ebenfalls gut überein. Der Kurvenverlauf selbst kann nicht verglichen werden, da die Messungen an Wänden ausgeführt wurden, die in verschiedenen Richtungen orientiert waren. Die Tatsache, daß das Ostmaximum ($t = 10^{\text{oo}}$) nur geringfügig unter dem Westmaximum ($t = 17^{\text{oo}}$) liegt, wird durch die Messungen ebenfalls bestätigt.



Im folgenden sollen nun die gewonnenen Ergebnisse verallgemeinert werden. Da die $\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$ vernachlässigende Differentialgleichung (31) unabhängig von a ist, gelten die im Beispiel gewonnenen Temperatur-

verteilung für beliebige Winkel φ an "Nord-Süd orientierten" Schalen, wenn die Schale eine Stärke von $d = 7\text{cm}$ aufweist. Für die meisten baupraktisch interessanten Fälle dürfte damit die hier ermittelte Verteilung zutreffend sein.

Im folgenden soll eine beliebig orientierte Tonnenschale näher untersucht werden. Die Wärme Gleichung (26) bleibt dabei in allen Teilen erhalten, nur der Anteil der einfallenden Strahlung ist entsprechend abzuändern. Drückt man die Orientierung durch den Winkel β (vgl. Bild 10) aus, so ergibt sich die Einstrahlung auf eine um den Winkel φ geneigte Fläche zu,

$$q = \bar{q} [\sin \beta \cos \varphi \sin \bar{\varphi}_t + \cos \beta \sin (\bar{\varphi}_t + \varphi)], \quad (34)$$

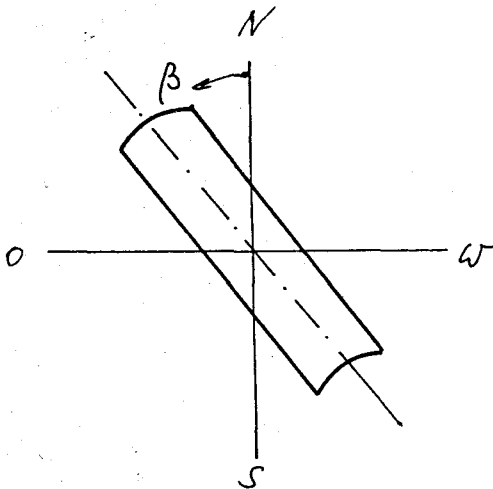


Bild 10

wenn der Sonnenstand zum Zeitpunkt t mit $\bar{\varphi}_t$ (vgl. Bild 5) bezeichnet wird. Mit der Beziehung (21) und Gleichung (26) kann numerisch für jeden Winkel β und φ und für jeden Zeitpunkt t die Temperatur unabhängig von a ermittelt werden, sofern man die

Wärmeleitung vernachlässigt.

Um nun die Mühe, jeweils die Gleichung (26) auszuwerten, zu sparen, hat der Verfasser ein Diagramm (Bild 11) entwickelt, daß es gestattet für jeden beliebigen Winkel φ der Schale, bei beliebiger Orientierung β zu einem beliebigen Zeitpunkt die

herrschende Temperatur abzugreifen; dabei wurde von einigen Vereinfachungen Gebrauch gemacht, die im folgenden erläutert werden.

Für die "Nord-Süd orientierte" Schale erhält man aus (34) mit $\beta = 0$

$$q = \bar{q} \sin(\bar{\varphi}_t + \varphi), \quad (35)$$

für die "Ost-West orientierte" Schale mit $\beta = 90^\circ$

$$q = \bar{q} \cos \varphi \sin \bar{\varphi}_t. \quad (36)$$

Mit $\varphi = 0$ wird Gleichung (35) identisch mit (36), d.h. der zeitliche Temperaturverlauf im waagrechteten Scheitelbereich ($\varphi = 0$) einer "Ost-West orientierten" Schale ist gleich dem Temperaturverlauf einer "Nord-Süd orientierten" im Scheitelbereich und damit wegen der numerischen Auswertung vgl. Bild 7 bekannt.

Weiter wird q nach (36) für $\varphi = 90^\circ$ bei der Ost-West orientierten Schale 0; d.h. wenn jegliche Einstrahlung fehlt, ist $\bar{T} = T_L$ und wegen (19) ebenfalls bekannt. Mit der Annahme, $\bar{T}(t)$ verlaufe von $\varphi = 90^\circ$ bis $\varphi = 0^\circ$ annähernd cosinus-förmig in Anlehnung an (36) - in Wirklichkeit wird der cosinus durch die Wärmeabgabe an die Luft leicht abgeflacht - ist der Temperaturverlauf $\bar{T}(\varphi, t)$ für die "Ost-West orientierte" Schale vollkommen bekannt.

Mit der durchgeführten numerischen Berechnung sind damit die beiden Grenzwerte $\bar{T}_{\beta=0^\circ}(\varphi, t)$ und $\bar{T}_{\beta=90^\circ}(\varphi, t)$

ganz bekannt. Zwischen beiden Werten erfolgt ein Übergang, wie er durch (34) in $f_{i,8}$ bestimmt wird.

Nimmt man vereinfachend an, der Übergang sei linear, so gilt:

$$T_{(\beta, \varphi, t)} = \frac{[T_{\beta=90^\circ}(\varphi, t) - T_{\beta=0^\circ}(\varphi, t)]}{90} \cdot \beta + T_{\beta=90^\circ}. \quad (37)$$

Mit Hilfe der bekannten Beziehungen $T_{\beta=0^\circ}(\varphi, t)$, $T_{\beta=90^\circ}(\varphi, t)$ wurde so das folgende Diagramm (Bild 11) gewonnen, dessen Benützung durch die eingetragene Pfeilrichtung erläutert ist. So wird z.B. für

$$\beta = 15^\circ, \varphi = +35, t = 16^{00} \rightarrow T = 47,5^\circ\text{C}$$

$$\text{oder für } \beta = 30^\circ, \varphi = 35, t = 8^{00}, \rightarrow T = 23,5^\circ\text{C}$$

4. Beispiel: Schnittkräfte einer Innentonne infolge Sonneneinstrahlung.

Nachdem die Schnittkraftgleichungen für einen beliebigen Temperaturverlauf ermittelt und anschließend der Temperaturverlauf errechnet wurde, kann im folgenden ein Beispiel untersucht werden.

Es sei eine "Nord-Süd orientierte" Innentonne ohne Randträger für $t = 10^{00}$ berechnet. Die Geometrie der Schale sei durch folgende Werte gekennzeichnet:

$$l = 10,0 \text{ cm}$$

$$s = 25,0 \text{ cm}$$

$$a = 16,4 \text{ cm}$$

$$d = 0,07 \text{ m}$$

$$E = 3 \cdot 10^6 \text{ t/m}^2$$

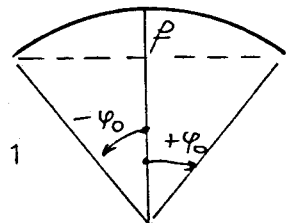
$$\varphi_0 = 50^\circ$$

$$f = 5,85 \text{ m}$$

$$l_p = \frac{\pi r}{l} = 5,15 \text{ m}, p = 1$$

$$k = \frac{d^2}{\pi a^2} = 15,1 \cdot 10^{-7}$$

$$\varepsilon = \frac{l_p}{p \sqrt{\frac{4k}{1-\mu^2}}} = 0,256$$



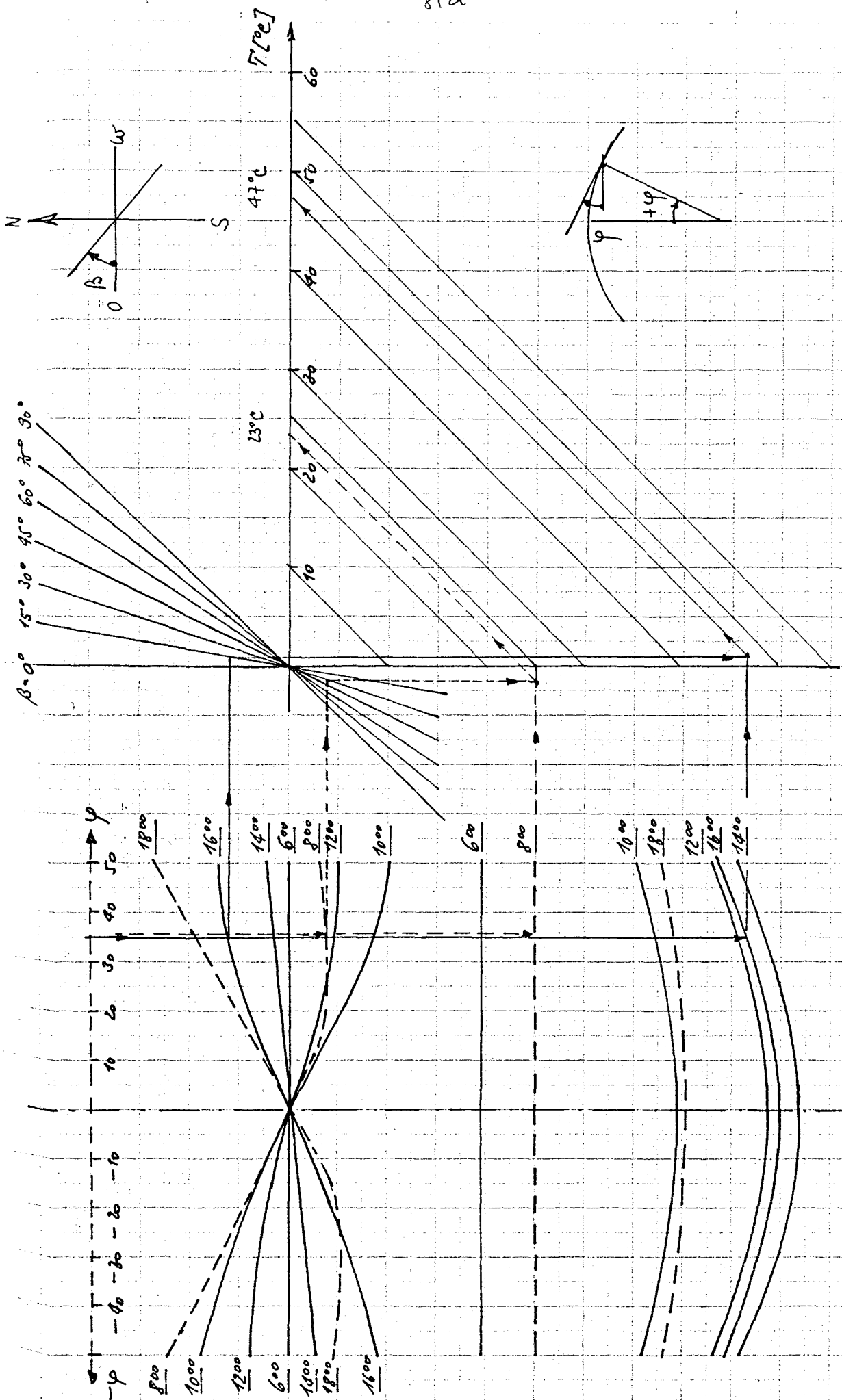


Bild 11. Diagramm zur Bestimmung von T_w bei gegebenem T und ϕ .

Nach Rüdiger-Urban [5] gilt für eine derartige Schale deren Randbedingungen sich gegenseitig nicht mehr beeinflussen:

	ψ_w	X_1 $\eta\varphi = 1$	X_2 $\eta\varphi = 1$	X_3 $\eta x\varphi = 1$	X_4 $\eta y\varphi = 1$
$E \cdot u$	$+3,8461 \cdot \frac{q}{d \cdot 2}$ $= 178.84$	$+587.17$	-206.70	-470.8	-62.80
$E \cdot \frac{dw}{d\varphi}$	$+58.0225 \cdot \frac{1}{d}$ $= 4264$	-5269	$+4629$	$+1498$	$+5279$
$E \cdot v$	$+7,542 \cdot \frac{q}{d \cdot 2}$ $= 350.7$	-2383	$+1063$	$+1151$	$+433.4$
$E \cdot w$	$+29,585 \cdot \frac{q}{d}$ $= 6923$	$+20989$	-12560	-8001	-7516
$E \cdot \vec{v}_v \downarrow$	$v \cdot \sin \varphi/2$ $+w \cos \varphi/2$	$+11670$	-7259.5	-4331.7	-4526.46
$E \cdot \vec{v}_H \rightarrow$	$w \cos \varphi/2$ $-v \sin \varphi/2$	-17609	$+10804.4$	$+6868.8$	$+6036.0$

Mit den statisch Unbestimmten nach Bild 12 ergeben sich daraus folgende Gleichungen für die Verschiebungen u, v, w und die Verdrehung $\frac{\partial w}{\partial \varphi}$:

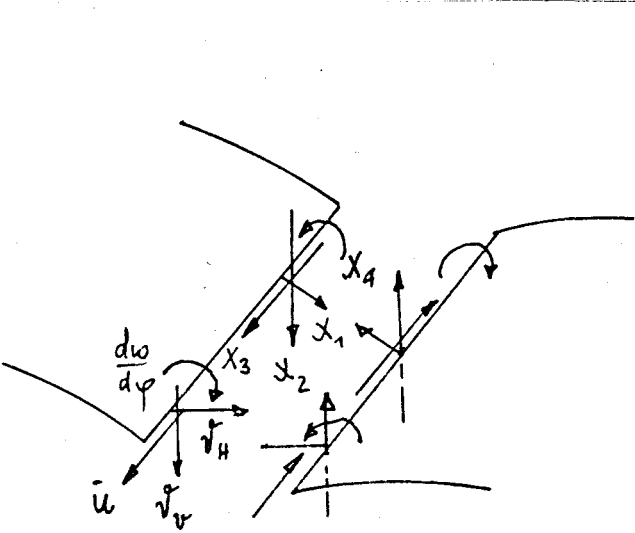


Bild 12: Schnittkräfte und Verschiebungen nach Rüdiger-Urban

x_1	x_2	x_3	x_4	
0	- 413,3	- 941,6	0	$-\sum E\epsilon_0,$
- 10538	0	0	10538	$-\sum E \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho_0},$
0	- 14 579	- 8663	0	$-\sum E \nu_0,$
- 35 218	0	0	+ 1207	$-\sum E \nu_0.$

(38)

Die Randschnittkräfte x_1, x_2, x_3, x_4 können aus dem Gleichungssystem (38) ermittelt werden, wenn für den Lastfall $t = 10^{00}$ die Randverschiebungen des statisch bestimmten Systems bekannt sind. Im folgenden werden deshalb für den Lastfall $t = 10^{00}$ die Randverschiebungen, d.h. die Lastglieder des Systems (38) ermittelt.

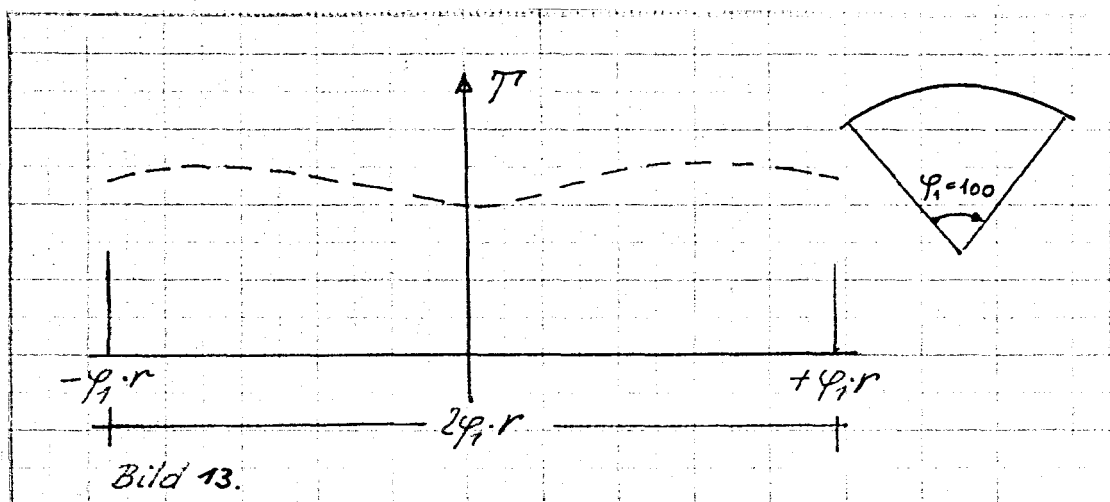
Der Temperaturverlauf für $t = 10^{00}$ ist aus Bild 7 zu ersehen. Wie eingangs erläutert ist zur Bestimmung von u, v, w am Rande zunächst der Temperaturverlauf in eine Fourierreihe zu entwickeln. Da $T(\varphi)$ unabhängig von x ist, kann man statt (3)

$$T(x, \varphi) = \sum_m T_{m\varphi} \cos m\varphi \sum_p \sin \frac{p}{a} x \quad (39)$$

schreiben. Der Einfachheit halber sei in x -Richtung nur das erste Glied berücksichtigt (für eine rasche Abschätzung der restlichen Glieder vgl. [6]), so daß (39) übergeht in

$$T(x, \varphi) = \frac{q}{\pi} \left(\sum_m T_{m\varphi} \cos m\varphi \right) \sin \frac{1}{a} x \quad (40)$$

Für $\sum_m T_{m\varphi} \cos m\varphi$ gilt nach Bild 13 und [2] :



$$\sum_m \tau_m \cos m\varphi = \tau(\varphi) = \frac{1}{2} \tau_0 + \sum_m \tau_m \cos \frac{m\pi}{\varphi_1} \varphi \, d\varphi, \quad (41)$$

mit

$$\tau_m = \frac{2}{\varphi_1} \int_0^{\varphi_1} \tau(\varphi_1) \cos \frac{\pi}{\varphi_1} \cdot m \cdot \varphi \, d\varphi.$$

Nach (41) können bei zahlenmäßig gegebenen $\tau(\varphi)$ die Koeffizienten der Reihe τ_m durch numerische Integration z.B. nach Simpson leicht gewonnen werden. Die Reihe (40) ist damit bekannt. Mit Hilfe der Gleichungen (8), (11), (12) sind somit die $\overline{\varepsilon_{urp}}$ und wegen (9) und (13) die Verschiebungen u, v, w im ganzen Schalenbereich am statisch unbestimmten System ebenfalls leicht zu errechnen.

Ein weiterer, für den Bauingenieur anschaulicher Weg zur Bestimmung der Verformungen u, v, w am statisch unbestimmten System sei im folgenden aufgezeigt:

Aus (1) folgt am statisch bestimmten System

$$\varepsilon_{u,v,w} = \alpha \tau(x, \varphi)$$

oder nach [2]

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \sum_p \alpha T(\varphi) \sin \frac{p x}{a}, \\ \varepsilon_\varphi &= \frac{1}{a} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{w}{a} = a \cdot \sum_p T(\varphi) \sin \frac{p x}{a}, \\ \gamma_{x,\varphi} &= \frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial \varphi} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \end{aligned} \quad (42)$$

Aus diesen 3 Gleichungen mit den 3 Unbekannten u, v, w findet man für $p = 1$

$$\begin{aligned} w &= \frac{4}{\pi} a \alpha \left\{ T(\varphi) - \frac{1}{1^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} [T(\varphi)] \right\} \sin \frac{1 x}{a}, \\ v &= \frac{4}{\pi} a \alpha \cdot \frac{1}{1} \frac{\partial}{\partial \varphi} [T(\varphi)] \sin \frac{1 x}{a}, \\ u &= - \frac{4}{\pi} a \alpha \cdot \frac{1}{1} T(\varphi) \cdot \cos \frac{1 x}{a}. \end{aligned} \quad (43)$$

und daraus

$$\frac{\partial w}{\partial \varphi} = \frac{4}{\pi} a \alpha \left\{ \frac{\partial}{\partial \varphi} [T(\varphi)] - \frac{1}{1^2} \frac{\partial^3}{\partial \varphi^3} [T(\varphi)] \right\} \sin \frac{1 x}{a}. \quad (44)$$

Da der Verlauf von $T(\varphi)$ zahlenmäßig bekannt ist, kann man $T(\varphi)$, $\frac{\partial}{\partial \varphi} [T(\varphi)]$, $\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} [T(\varphi)]$, $\frac{\partial^3}{\partial \varphi^3} [T(\varphi)]$ am Rand numerisch ermitteln und hat nach (43) und (44) u, v, w am Rande der statisch bestimmt gelagerten Schale gefunden.

Im gewählten Beispiel findet man die folgenden Randverformungen:

Rechter Rand,

$$T(\varphi) = 35,3^\circ\text{C}, \quad \alpha = 16,4 \cdot 10^{-5}, \quad (10^\circ \text{ Aufstellungstemperatur})$$

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} [T(\varphi)] \approx \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} [T(\varphi)] \approx \frac{\partial^3}{\partial \varphi^3} [T(\varphi)] = 0,$$

$$\omega_R = \frac{4}{\pi} \cdot 16,4 \cdot 10^{-5} \cdot 35,3 = 740 \cdot 10^{-5},$$

$$u_R = -\frac{4}{\pi} \cdot \frac{16,4}{5,15} \cdot 10^{-5} \cdot 35,3 = -143,5 \cdot 10^{-5},$$

$$v = 0,$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial \varphi} = 0.$$

Linker Rand,

$$T(\varphi) = 15,5$$

$$\omega_L = \frac{4}{\pi} \cdot 16,4 \cdot 10^{-5} \cdot 15,5 = 324 \cdot 10^{-5},$$

$$u_L = -\frac{4}{\pi} \cdot \frac{16,4}{5,15} \cdot 10^{-5} \cdot 15,5 = -63,0 \cdot 10^{-5},$$

$$v = 0, \quad \frac{\partial \omega}{\partial \varphi} = 0.$$

Mit diesen Randverschiebungen lauten die Randglieder des Systems (38) *

$$E_{H_0} = (+63,0 + 143,5) \cdot 10^{-5} \cdot 3 \cdot 10^6 = +2385,$$

$$E \frac{\partial \omega}{\partial \varphi} = 0$$

$$E \sqrt{\tau_0} = (-324 + 740) \cdot 0,643 \cdot 3 \cdot 10^6 = +8070,$$

$$E \sqrt{H_0} = (+324 + 740) \cdot 0,765 \cdot 3 \cdot 10^6 = +24450.$$

(45)

* Beim Übergang auf das Koordinatensystem von Rüdiger-Urban ändern die Verschiebungen $u, w, \frac{\partial \omega}{\partial \varphi}$ ihr Vorzeichen.

Das Gleichungssystem (38) mit den Lastgliedern (45) hat die Lösungen

$$x_1 = +1,05$$

$$x_2 = +2,78$$

$$x_3 = -3,75$$

$$x_4 = +1,05$$

Die Randschnittkräfte sind damit bekannt, ihr Verlauf kann nach Rüdiger-Urban sofort tabellarisch ermittelt werden. Bild 14 zeigt den Verlauf der Schnittkräfte für $t = 10^{\circ\circ}$, $t = 14^{\circ\circ}$ (ermittelt für konstante Temperatur), $t = 16^{\circ\circ}$ am linken und rechten Rand einer Innentonne. In allen Fällen wurde eine Aufstellungstemperatur von $10^{\circ\text{C}}$ angenommen.

5. Zusammenfassung.

Im ersten Teil der vorliegenden Arbeit wird zunächst allgemein die Tonnenschale unter beliebiger Temperaturbeanspruchung untersucht und die Grundgleichungen abgeleitet. Da es sich üblicherweise um relativ langsame Temperaturänderungen handelt, wird das Problem als "quasistatisches Temperaturproblem" behandelt (vgl. dazu die Ausführungen von Nowacki [7]). Es zeigt sich, daß am statisch bestimmten System bei einigermaßen gleichförmiger Temperatur, wie sie infolge Sonneneinstrahlung auftritt, keine Schnittkräfte sondern lediglich Verformungen auftreten. Nur bei ganz oder teilweiser Behinderung der Schalenränder treten Schnittkräfte auf, die den Charakter von Randstörungen haben und bei bekannten Randverformungen mit den üblichen Hilfsmitteln nach Rabich [6], Rüdiger-Urban

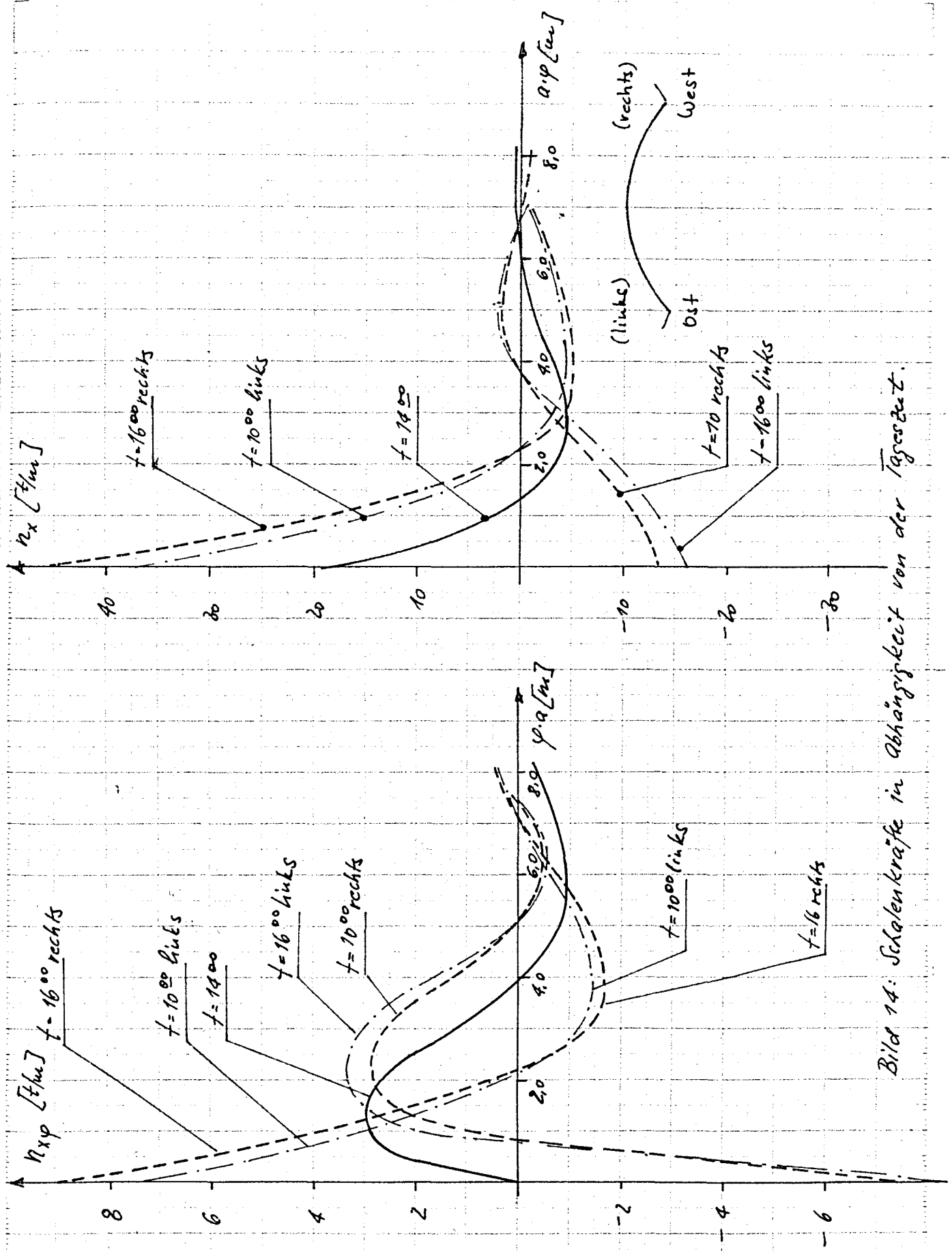


Bild 14: Schalenkräfte in Abhängigkeit von der Tageszeit.

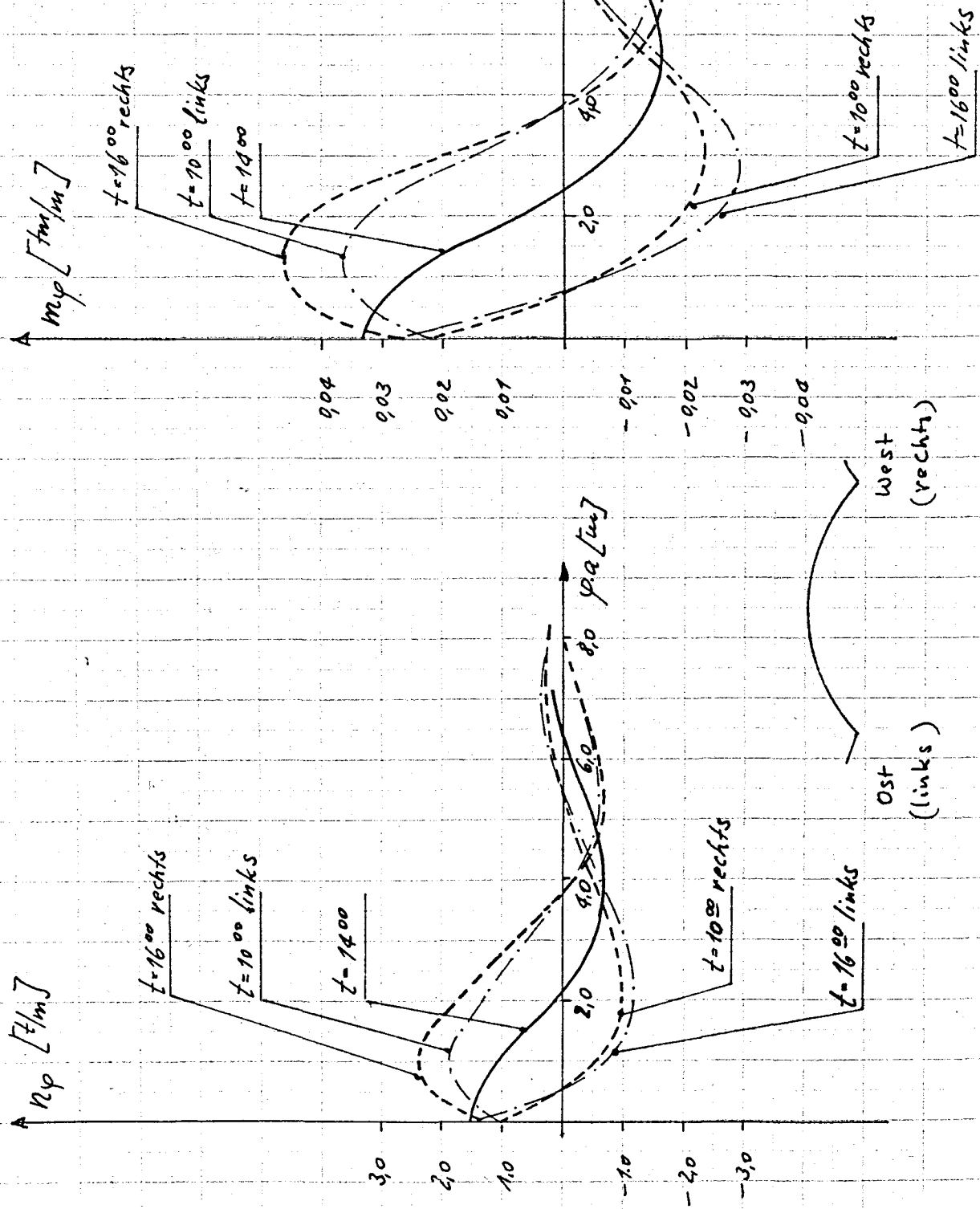


Bild 14: Schälenschnittkräfte in Abhängigkeit von der Tageszeit.

[5] , Aas-Jakobsen etc. leicht ermittelt werden können.

Im zweiten Teil wird die Erwärmung von Tonnenschalen unter Sonneneinstrahlung näher untersucht. Mit gewissen vereinfachenden Annahmen lassen sich Temperaturverteilungen ermitteln, die von vergleichbaren Messungen gut bestätigt werden. Es zeigt sich dabei, daß eine mögliche Abstrahlung der Wärme nach oben und unten die auftretenden Beanspruchungen gegenüber einer nur einseitigen Abstrahlung nach oben erheblich reduziert. (Bild 7)

Die gewonnenen Ergebnisse für eine "Nord-Süd orientierte" Schale werden ~~auf~~^{für} beliebig orientierte Schalen verallgemeinert und in einem Diagramm dargestellt, daß es erlaubt die Temperatur zu beliebiger Zeit (Bild 11) an beliebiger Stelle in einer Tonnenschale anzugeben. Die Randverschiebungen können daraus mit einfachen Beziehungen sofort ermittelt werden. Da die ~~Glieder der~~ Elastizitätsgleichungen für die 4 Randschnittkräfte ~~für die Schnittkraftvermittlung~~ infolge äußere Lasten immer aufzustellen ^{sind} ist, braucht beim Temperaturlastfall nur ein zusätzliches Gleichungssystem gelöst werden; eine eventuelle Temperaturberechnung wird dadurch auf ein Minimum reduziert.

Dies wird an einem Beispiel für eine "Nord-Süd orientierte" Innentonne ohne Randträger für $t = 10^{00}$ gezeigt. Bild 14 zeigt einen Schnittkraftverlauf für $t = 10^{00}$, $t = 14^{00}$, $t = 16^{00}$. Daraus ist deutlich zu ersehen, daß im Laufe eines Tages recht beachtliche Schnittkraftschwankungen auftreten können und bei einer allzu vereinfachenden Untersuchung mit konstanter Temperatur ($t = 14^{00}$) die maximalen Beanspruchungen nicht vollständig erfaßt werden können.

Sollen Randträger oder andere Randglieder berücksichtigt werden, so ist für deren Erwärmung eine separate Rechnung durchzuführen bzw. eine vernünftige Annahme zu treffen.

Die Frage, wie Konstruktionen mit derartigen Schnittkräften bemessen werden sollen, wurde bereits in [1] erörtert. Die Schnittkräfte können abgemindert werden, wenn Risse auftreten dürfen, die zu einer Abminderung der Steifigkeit führen. Ob man sich in der in [1] angegebenen Empfehlung anschließt, bleibt im Einzelfalle zu prüfen. Die vorliegende Arbeit soll nur ein Rechenverfahren für eine genauere Temperaturberechnung geben. Sinnvoll erscheint es, diese und ähnliche Arbeiten jedoch nur als Ausgangsbasis für eine Abschätzung der Schnittkräfte zu benutzen und nur im Ausnahmefall eine genaue Berechnung, wie hier gezeigt, auszuführen. Die Elastizitätstheorie bietet dabei, trotz aller Mängel bei Anwendung auf den Baustoff Stahlbeton, die einzig sichere Grundlage, die uns zur Verfügung steht.

Schrifttum.

1. Kordina K., Eibl J. Zur Frage der Temperatur-Beanspruchung von kreiszylindrischen Stahlbetonsilos.
Beton- und Stahlbeton 1964, Heft 1
2. Girkmann K. Flächentragwerke.
4. Auflage, Wien, Springer-verlag 1956
3. Goldenveizer Theory Of Elastic Thin Shells.
Oxford-London-New York-Paris,
Pergamon-Press 1961
4. Flügge W. Statik und Dynamik der Schalen.
3. Auflage, Göttingen-Berlin-Heidelberg, Springer-Verlag 1962
5. Rüdiger D., Urban J. Kreiszylinderschalen.
Leipzig, B.G. Teubner, Verlagsgesellschaft 1955
6. Rabich R. Die Statik der Schalenträger.
Bauplanung und Bautechnik 1954, Heft 9
7. Apeland K., Popov E.P. Design Tables For Translational Shells.
University of California, April 1963
8. Sauter L. Wärmeschutz und Feuchtigkeitsschutz im Hochbau.
Berlin, Verlag Lippert 1948
9. Roedler F. Besonnung und Sonnenschutz in Haus und Garten.
Ziegelbautaschenbuch 1964
10. Westphal W. Physik.
17. Auflage, Berlin-Göttingen-Heidelberg, Springer-verlag 1953
11. Smirnow W.L. Lehrgang der höheren Mathematik.
3. Auflage, Berlin, VEB-Verlag 1963

12. Rothe E. Zweidimensionale parabolische Randwertaufgaben als Grenzfall eindimensionaler Randwertaufgaben. Math. Ann. 102, Heft 4/5, 1929
13. Collatz L. The Numerical Treatment Of Differential Equations. Berlin-Göttingen-Heidelberg, Springer-Verlag 1959
14. VDI - Wärmeatlas Düsseldorf, VDI-Verlag 1963
15. Cammerer J.S. Die konstruktiven Grundlagen des Wärme- und Kälteschutzes. Berlin, Springer-Verlag 1936
16. Reiher, Kinzel, Labus Untersuchungen über die thermischen Beanspruchungen von Außenputzen. Institut für technische Physik, Stuttgart
17. Nowacki Generalbericht zum Thema Temperaturspannungen in Schalen. Schalenkolloquium Warschau 1963

Anhang zur Veröffentlichung

„Kreiszyindrische Tonnenschalen unter Temperatur-
beanspruchung“

(Nicht zur Veröffentlichung bestimmt)

Anhang
zur Veröffentlichung "kreisgländische
Temperaturen unter Temperaturausgleichung"

Im folgenden werden einige der wichtigsten Ableitungen
und Zahlenrechnungen zur obengenannten Veröffentlichung
hineingeben, die ein besseres Verständnis, sowie
eine gewisse Kontrolle ermöglichen. Dieser Text ist
nicht zur Veröffentlichung bestimmt und deshalb
nur Stichwortartig gefasst.

Zu Seite - 5 - Gleichung (6)

Die Schließungsgleichungen (1) bis (10) sind aus (2)*
entnommen.

Zu Seite 5 - bis - 8 - Gleichung (11) (18) (21) (22) (23)

Diese Gleichungen sind entweder in (1) abgeleitet
oder aus (2) entnommen. Ausserdem handelt
es sich um eine einfache arithmetische Umformung.
Bsp. (11) bis (10) oder (11) bis (10).

Zu Seite - 8 - Lösung des Gleichungssystems (11)

Gleichungssystem (11) wurde nach den Regeln
der Matrizenrechnung gelöst. Eine Probe bestätigte.

* Die Zahlen in Klammern geben die Lit. Nr. an
der eigentlichen Veröffentlichung.

Anhang
zur Veröffentlichung "Kreisglindische
Temperaturen unter Temperaturausgleichung"

Im folgenden werden einige der wichtigsten Ableitungen
und Zahlenrechnungen zur obengenannten Veröffentlichung
hineingetragen, die ein besseres Verständnis, sowie
eine gewisse Kontrolle ermöglichen. Dieser Text ist
nicht zur Veröffentlichung bestimmt und deshalb
nur Stichwortartig gefaßt.

Zu Seite - 5 - Gleichung (6)

Die Selbstengleichgewichtsbedingungen sind aus [2]*
entnommen.

Zu Seite - 5 - G. - 8 - Gleichung (11) (8) (5) (6) (7) (12)

Diese Gleichungen sind entweder in [1] abgeleitet
oder aus [2] entnommen. Ausserdem handelt
es sich um eine einfache analytische Umformung
Differentialformen oder Integralen.

Zu Seite - 8 - Lösung des Gleichungssystems (13)

Gleichungssystem (13) wurde nach den Regeln
der Matrizenrechnung gelöst. Eine Probe bestätigte

* Die Zahlen in Klammern geben die Lit. Stellen
der entsprechenden Veröffentlichung.

das gewünschte Ergebnis

U_{mp}	V_{mp}	W_{mp}	
$1^2 + 0,4 m^2$	$-0,6 l/m$	$-0,1 l$	$= \bar{u}_{mp} \cdot 1$
$-0,6 l/m$	$(m^2 + 0,4 l^2)$	$1 m$	$= -\bar{u}_{mp} \cdot m$
$0,1 l$	$-1 m$	-1	$= \bar{u}_{mp}$

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} A &= (1^2 + 0,4 m^2) [(m^2 + 0,4 l^2) (-1) - 1 m] \\ &\quad + 0,6 l/m [0,6 l/m - 0,2 l/m] \\ &\quad + 0,1 l [-0,6 l/m + 0,2 l (m^2 + 0,4 l^2)] \\ &= (1^2 + 0,4 m^2) (-0,4 l^2) \\ &\quad + 0,24 l^2 m^2 \\ &\quad + 0,1 l [-0,6 l/m^2 + 0,2 l/m^2 + 0,08 l^3] \\ &= -0,4 l^2 - 0,16 l^2 m^2 + 0,24 l m^2 \\ &\quad - 0,12 l^2 m^2 + 0,08 l^2 m^2 + 0,008 l^4 \\ &= l^4 m^2 (-0,16 + 0,24 - 0,12 + 0,04) \\ &\quad + 10 (-0,4 - 0,016) \end{aligned}$$

$$A = -0,384 l^4$$

In analoge Weise können alle die Kräfte aus dem
 Vmp, Vmp, Vmp in folgenden 684 geschrieben
 werden:

$$U = \frac{1}{A} \left\{ \bar{z}_1 \left[(u^2 + 0.42^2)(-1) + u^2 \right] \right. \\
\left. + \bar{z}_2 u \left[+0.62u + 0.22(-u) \right] \right. \\
\left. + \bar{z}_3 \left[-0.62u^2 + 0.22(u^2 + 0.42^2) \right] \right\}$$

$$= \frac{1}{A} \left[\bar{z}_1 (-0.42^2) + \bar{z}_2 u (0.42u) \right. \\
\left. + \bar{z}_3 (-0.62u^2 + 0.22u^2 + 0.088) \right]$$

$$= \frac{1}{A} \bar{z} \left[-0.42^2 + 0.42u^2 - 0.62u^2 + 0.22u^2 + 0.088 \right]$$

$$= \frac{1}{A} \bar{z} \left[-0.32^2 \right] = -\frac{1}{A} 0.32^2;$$

$$\left| U = -\frac{\bar{z}}{A} 0.32^2 \right|$$

$$T = \frac{1}{A} \left\{ (2 \times 0.42u^2) \left[(\bar{z}_2 u - \bar{z}_3 u) \right] \right. \\
\left. + 0.62u \left[-\bar{z}_2 \right] + 0.22 \cdot \bar{z}_2 \right] \\
\left. + 0.22 \left[\bar{z}_2 u + 0.22(-\bar{z}_2 u) \right] \right\}$$

$$= \frac{1}{A} \left[+0.62u (-0.088 \bar{z}_2) \right. \\
\left. + 0.22 (+0.088 \bar{z}_2) \right]$$

$$= \frac{1}{A} \left[(-0.048 \bar{z}_2) u + 0.019 \bar{z}_2 u \right]$$

$$\left| T = \frac{1}{A} \bar{z} (-0.029^2 u) \right|$$

das gewünschte Ergebnis

U_{exp}	V_{exp}	W_{exp}	
$2^{2+0,4} m^2$	$-0,6 \text{ l/m}$	$-0,2 \text{ l}$	$= \bar{U}_{exp} \cdot \bar{V}$
$-0,6 \text{ l/m}$	$(m^{2+0,4} l^{-1})$	m	$= -\bar{U}_{exp} \cdot \bar{W}$
$0,2 \text{ l}$	$-m$	-1	$= \bar{U}_{exp}$

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$A = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} A &= (2^{2+0,4} m^2) [(m^{2+0,4} l^{-1})(-1) + m^2] \\ &\quad + (-0,6 \text{ l/m}) [(-0,6 \text{ l/m}) - 0,2 \text{ l/m}] \\ &\quad + 0,2 \text{ l} [-0,6 \text{ l/m} + 0,2 \text{ l} (m^{2+0,4} l^{-1})] \\ &= (2^{2+0,4} m^2) (-0,4 \text{ l}^2) \\ &\quad + 0,24 \text{ l}^2 m^2 \\ &\quad + 0,2 \text{ l} [-0,6 \text{ l/m}^2 + 0,2 \text{ l/m}^2 + 0,06 \text{ l}^2] \\ &= -0,4 \text{ l}^2 - 0,16 \text{ l}^2 m^2 + 0,24 \text{ l} m^2 \\ &\quad - 0,12 \text{ l}^2 m^2 + 0,04 \text{ l} m^2 + 0,012 \text{ l}^2 \\ &= \text{l}^2 m^2 (-0,16 + 0,24 - 0,12 + 0,04) \\ &\quad + 10 (-0,4 - 0,16) \end{aligned}$$

$$A = -0,384 \text{ l}^2$$

In analoger Weise lassen sich die Schubspannungen
 v_{xy} , v_{yz} , v_{zx} im folgenden 4. u. 5. geschriebenen
 gewinnen.

$$u = \frac{1}{A} \left\{ \bar{z}_1 [(u^2 + 0.42^2)(-1) + u^2] \right. \\
\left. + \bar{z}_2 u [0.62u + 0.22(-u)] \right. \\
\left. + \bar{z}_3 [0.62u^2 + 0.22(u^2 + 0.42^2)] \right\}$$

$$= \frac{1}{A} \left[\bar{z}_1 (-0.42^2) + \bar{z}_2 u (0.42u) \right. \\
\left. + \bar{z}_3 (-0.62u^2 + 0.22u^2 + 0.082^2) \right]$$

$$= \frac{1}{A} \bar{z}_1 [-0.42^2 + 0.22u^2 - 0.62u^2 + 0.22u^2 + 0.082^2]$$

$$= \frac{1}{A} \bar{z}_1 [-0.22^2] = -\frac{1}{A} 0.22^2;$$

$$\left| v = -\frac{\bar{z}_1 0.22^2}{A} \right|$$

$$\tau = \frac{1}{A} \left\{ (2 \cdot 0.0u^2) [(\bar{z}_1 u - \bar{z}_2 u)] \right. \\
\left. + 0.62u [-\bar{z}_1] + 0.22 \cdot \bar{z}_2 \right\} \\
+ 0.22 [\bar{z}_1 u + 0.22(-\bar{z}_2 u)] \}$$

$$= \frac{1}{A} [0.62u (-0.22\bar{z}_1) \\
+ 0.22(+0.22\bar{z}_2)]$$

$$= \frac{1}{A} (-0.48\bar{z}_1 + 0.04\bar{z}_2) u$$

$$\left| \tau = \frac{1}{A} \bar{z}_1 (-0.48u) \right|$$

das gewünschte Ergebnis

V_{imp}	T_{imp}	W_{imp}	
$2^2 + 0,4 \text{ m}^2$	$-0,6 \text{ J/m}$	$-0,2 \text{ J}$	$= \bar{t}_{\text{imp}} \cdot J$
$-0,6 \text{ J/m}$	$(\text{m}^2 + 0,4 \text{ J})$	1 m	$= -\bar{t}_{\text{imp}} \cdot \text{m}$
$0,2 \text{ J}$	-1 m	-1	$= \bar{t}_{\text{imp}}$

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$A = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} A &= (2^2 + 0,4 \text{ m}^2) [(\text{m}^2 + 0,4 \text{ J})(-1) + 1 \text{ m}^2] \\ &\quad + 0,6 \text{ J/m} [-0,6 \text{ J/m} - 0,2 \text{ J}] \\ &\quad + 0,2 \text{ J} [-0,6 \text{ J/m} + 0,2 \text{ J} (\text{m}^2 + 0,4 \text{ J})] \\ &= (2^2 + 0,4 \text{ m}^2) (-0,4 \text{ J}^2) \\ &\quad + 0,24 \text{ J}^2 \text{ m}^2 \\ &\quad + 0,2 \text{ J} [-0,6 \text{ J/m}^2 + 0,2 \text{ J/m}^2 + 0,08 \text{ J}^2] \\ &= -0,8 \text{ J}^2 - 0,16 \text{ J}^2 \text{ m}^2 + 0,24 \text{ J} \text{ m}^2 \\ &\quad - 0,12 \text{ J}^2 \text{ m}^2 + 0,08 \text{ J}^2 \text{ m}^2 + 0,016 \text{ J}^4 \\ &= \text{J}^2 \text{ m}^2 (-0,16 + 0,24 - 0,12 + 0,08) \\ &\quad + \text{J}^4 (-0,8 + 0,016) \end{aligned}$$

$$A = -0,384 \text{ J}^4$$

In analoger Weise lassen sich die Schubmittelpunkte
 V_{mp} , V_{mp} , V_{mp} im folgenden 6. u. 7. geschritten
 gewinnen:

$$u = \frac{1}{A} \left\{ \bar{z}_1 [(u^2 + 0,42^2)(\bar{z}_1) + u^2 \right. \\
 \left. + \bar{z}_1 u [0,62u + 0,22(-u)] \right. \\
 \left. + \bar{z}_1 [0,62u^2 + 0,22(u^2 + 0,42^2)] \right\}$$

$$= \frac{1}{A} \left[\bar{z}_1 (-0,42^2) + \bar{z}_1 u (0,42u) \right. \\
 \left. + \bar{z}_1 (-0,62u^2 + 0,22u^2 + 0,082^2) \right]$$

$$= \frac{1}{A} \bar{z}_1 [-0,42^2 + 0,42u^2 - 0,62u^2 + 0,22u^2 + 0,082^2]$$

$$= \frac{1}{A} \bar{z}_1 [-0,222^2] = -\frac{1}{A} 0,222^2;$$

$$\left| v = -\frac{\bar{z}_1}{A} 0,222^2 \right|$$

$$f = \frac{1}{A} \left\{ (2^2 0,0u^2) [(\bar{z}_1 u - \bar{z}_1 u) \right. \\
 \left. + 0,62u [-\bar{z}_1] + 0,22 \cdot \bar{z}_1 \right] \\
 \left. + 0,22 [\bar{z}_1 u + 0,22(-\bar{z}_1 u)] \right\}$$

$$= \frac{1}{A} [4 0,62u (-0,22\bar{z}_1) \\
 + 0,22 (+0,22\bar{z}_1)]$$

$$= \frac{1}{A} (-0,48\bar{z}_1) u + 0,04\bar{z}_1 u$$

$$\left| \sigma = \frac{1}{A} \bar{z}_1 (-0,222^2 u) \right|$$

$$W = \frac{1}{A} \left\{ (190,0 \text{ m}^2) [(\bar{u}^2 + \bar{v}^2)^2] \bar{z} + \bar{z} \ln(-u) \right\} \\ + 0,6 \ln [-0,6] \ln \bar{z} + \bar{z} \ln \bar{z} \\ + 0,2 \ln [10,6 \ln \bar{z} + \bar{u} - \bar{z} \ln (\bar{u}^2 + \bar{v}^2)]$$

$$= \frac{1}{A} \left\{ (190,0 \text{ m}^2) 60,4 \bar{z} \ln \bar{z} \right. \\ + 0,6 \ln (10,6 \ln \bar{z}) \\ + 0,2 \ln [10,6 \ln \bar{z} + \bar{u} - \bar{z} \ln \bar{z} - 0,4 \bar{z} \bar{v}^2] \left. \right\}$$

$$= \frac{1}{A} \cdot \bar{z} (0,4 \bar{v}^2 + 0,16 \ln \bar{z} + 0,14 \ln \bar{z} \\ + 0,11 \ln \bar{z} - 0,2 \ln \bar{z} - 0,08 \bar{v}^2)$$

$$W = \frac{1}{A} \cdot \bar{z} (0,11 \bar{z}^2 + 0,32 \ln \bar{z})$$

A ergibt

$$A = \frac{-\bar{z} \cdot 0,37 \bar{z}^2}{-0,11 \bar{z}^2} = +0,88 \bar{z} = a$$

$$V = \frac{-\bar{z} \cdot 0,37 \bar{z}^2}{-0,384 \bar{z}^2} = +0,935 \bar{z} = v$$

$$W = \frac{-\bar{z} (0,37 \bar{z}^2 + 0,32 \ln \bar{z})}{0,384 \bar{z}^2} = -\bar{z} (0,965 + 0,835 \frac{\ln \bar{z}}{\bar{z}})$$

$$W = -0,88 \bar{z} (1,11 \ln \bar{z})$$

Die Ergebnisse einsetzen in die Ausgangsgleichung ergibt die Probe befriedigt!

Zu Seite -11- Gleichung (16)

Der Übergang von Gleichung (17) auf (18)
erfolgt durch Ersetzen von T und $\frac{1}{T}$ durch
Werte durch T gemäß Gleichung (1), (11), (12)
und (14) um rein analytische Umformung.

Zu Seite -14- Bild 3

Gleich (17) gilt $\bar{T} = \frac{1}{T}$

Zu $t =$ 6 8 10 12 14 16 18
Werte $\varphi =$ 12,9° 38,7° 60,5° 90° 105,5° 131° 167,7°

die Werte φ sind aus Bild 1 [9] entnommen

t	φ	$\sin \varphi$	\bar{T}	\bar{T}
5	0	0	30	690
6	12,9	0,223	100	617
8	38,7	0,625	420	672
10	60,5	0,872	640	730
12	90	1	720	760
14	105,5	0,902	600	730
16	131	0,625	420	672
18	167,7	0,223	140	627

Zi Seite -17- fortsetzung (22), (23)

$$dQ = 0.6 \cdot g \cdot dt \cdot F$$

$$F = dx \cdot adp$$

$$dQ = \alpha \frac{dT}{du} \cdot F \cdot dt$$

$$F = dx \cdot adp$$

$$\frac{dT}{du} = T - T_0$$

Zi Seite -19- fortsetzung (27)

$$f(u, u) = - \left[0.6 \cdot g \cdot \sin 15^\circ \left(u - \frac{u_0}{15} \right) + 2 \cdot g \cdot \left(25 \sin \frac{\pi}{10} \left(u - \frac{u_0}{10} \right) \right) \right]$$

Zi Seite -20- fortsetzung (28), (29)

$$\frac{T_{i+1} - 2T_i + T_{i-1}}{L^2} = \alpha \frac{T_{i+1} - T_{i-1}}{h} - r T_i - f_i$$

$$h(T_{i+1} - 2T_i + T_{i-1}) = L^2 \alpha (T_{i+1} - T_{i-1}) - L^2 h r T_i = L^2 h f_i$$

$$- L^2 \alpha T_{i+1} = L^2 h f_i + L^2 h r T_i - L^2 \alpha T_i - h T_{i+1}$$

$$+ 2 h T_i - T_{i-1} h$$

$$T_{i+1} = - \frac{1}{L^2 \alpha} [L^2 h f_i - h(T_{i+1} + T_{i-1}) + T_i]$$

$$(L^2 h r - L^2 \alpha + 2 h)$$

$$T_{i+1} = - \frac{h}{\alpha} f_i + \frac{h}{L^2 \alpha} (T_{i+1} + T_{i-1}) - \frac{(L^2 h r - L^2 \alpha + 2 h)}{\alpha L^2} T_i$$

$$e = \frac{h}{\alpha} ; \quad \bar{o} = \frac{h}{L^2 \alpha} ; \quad \chi = L^2 h r - L^2 \alpha + 2 h ; \quad r = \frac{\chi}{L^2 \alpha}$$

$$T_{i+1} = - e f_i + \bar{o} (T_{i+1} + T_{i-1}) - r T_i$$

bei Seite 24 - Gleichung 32

$$c.p.d = u$$

$$\frac{dT}{dt} + \frac{\alpha}{c.p.d} T = \frac{0.69}{c.p.d} \sin 15 \left(t - 6 \cdot \frac{c.p.d}{15} \right) + \frac{\alpha}{c.p.d} \left[15 \sin \frac{\pi}{2} \left(t - 3 \right) + 10 \right]$$

$$y' + f(x) y = \varphi(x)$$

$$y = e^{-\int f(x) dx} \left\{ C + \int \varphi(x) e^{\int f(x) dx} dx \right\}$$

$$\frac{0.69}{c.p.d} \sin 15 \left(t - 6 \cdot \frac{c.p.d}{15} \right) = \varphi(x)$$

$$f(x) = \frac{\alpha}{c.p.d}$$

$$T = e^{-\int \frac{\alpha}{c.p.d} dt} \left\{ C + \int \varphi(x) e^{\int \frac{\alpha}{c.p.d} dt} dt \right\}$$

$$= C e^{-\frac{\alpha}{c.p.d} t} + e^{-\frac{\alpha}{c.p.d} t} \int \varphi(x) e^{\frac{\alpha}{c.p.d} t} dt$$

$$I_1 = \int \varphi(x) e^{\alpha t} dt = \int \beta \sin p(t - \alpha) e^{\frac{\alpha}{c.p.d} t} dt$$

$$\left[\frac{\alpha}{c.p.d} = \alpha \quad \beta = \frac{0.69}{c.p.d} \quad p = 15 \quad \alpha = 6 + \frac{c.p.d}{15} \right]$$

$$[t - \alpha = u] \quad I_1 = \int \beta \sin p u \cdot e^{(u + \alpha) \frac{\alpha}{c.p.d}} du$$

$$\left[\frac{du}{dt} = 1 \right] \quad I_1 = \beta e^{\frac{\alpha^2}{c.p.d}} \int \sin p u \cdot e^{\frac{\alpha}{c.p.d} u} du$$

$$\left[\frac{\alpha}{c.p.d} t = (u + \alpha) \frac{\alpha}{c.p.d} \right] I_1 = \beta e^{\frac{\alpha^2}{c.p.d}} \cdot \frac{-\cos(pu + \varphi)}{\sqrt{\left(\frac{\alpha}{c.p.d} \right)^2 + p^2}}$$

$$\left[T_0 = \frac{\alpha}{c.p.d} \right]$$

$$I_1 = \frac{-\beta c \frac{\bar{x}}{a_m} (x+u) \cos [\gamma(t-x)+\delta]}{\sqrt{\left(\frac{\bar{x}}{a_m}\right)^2 + \gamma^2}}$$

$$I_2 = \frac{-\beta c \frac{\bar{x}}{a_m} t \cos [\gamma(t-x)+\delta]}{\sqrt{\left(\frac{\bar{x}}{a_m}\right)^2 + \gamma^2}}$$

$$I_2 = \int \varphi_2(x) e^{\frac{\bar{x}}{a_m} t} dt = \int \frac{\bar{x}}{a_m} T_0 \sin \frac{\pi}{2} (t-3) e^{\frac{\bar{x}}{a_m} t} dt$$

$$t-3=u \quad = \frac{\bar{x}}{a_m} T_0 \int \sin \frac{\pi}{2} u e^{\frac{\bar{x}}{a_m} (u+3)} du$$

$$\frac{du}{dt} = 1$$

$$t=u+3$$

$$= \frac{\bar{x}}{a_m} T_0 e^{\frac{3\bar{x}}{a_m}} \int \sin \frac{\pi}{2} u e^{\frac{\bar{x}}{a_m} u} du$$

$$= \frac{\bar{x}}{a_m} T_0 e^{\frac{3\bar{x}}{a_m}} \frac{-\cos \left(\frac{\pi}{2} (u+3) \right) e^{\frac{\bar{x}}{a_m} u}}{\sqrt{\left(\frac{\bar{x}}{a_m}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{2}\right)^2}} \quad \left[\frac{1}{\gamma^2} = \frac{\bar{x}}{a_m} \frac{2\pi}{\sigma} \right]$$

$$I_2 = -\frac{\bar{x}}{a_m} T_0 \frac{\cos \left[\frac{\pi}{2} (t-3) + \delta \right]}{\sqrt{\left(\frac{\bar{x}}{a_m}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{2}\right)^2}} e^{\frac{\bar{x}}{a_m} t}$$

$$e^{-\frac{\bar{x}}{a_m} t} I_1 = -\frac{0.6 \bar{x}}{\sqrt{\left(\frac{\bar{x}}{a_m}\right)^2 + \gamma^2}} \cos \left[0.262 \left(t - 6 - \frac{4\pi}{15} \right) + \delta \right]$$

$$e^{-\frac{\bar{x}}{a_m} t} I_2 = -\frac{\bar{x}}{a_m} T_0 \frac{\cos \left[\frac{\pi}{2} (t-3) + \delta \right]}{\sqrt{\left(\frac{\bar{x}}{a_m}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{2}\right)^2}}$$

$$I_2 = e^{-\frac{\bar{x}}{a_m} t} \left[\frac{\bar{x}}{a_m} T_0 \frac{\cos \left[\frac{\pi}{2} (t-3) + \delta \right]}{\sqrt{\left(\frac{\bar{x}}{a_m}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{2}\right)^2}} + 10 - \frac{0.6 \bar{x}}{\sqrt{\left(\frac{\bar{x}}{a_m}\right)^2 + \gamma^2}} \cos \left[\pi \left(t - 6 - \frac{4\pi}{15} \right) + \delta \right] \right]$$

Zu Aufg. 45. Funktion (33)

Numerische Integration der Funktion (33)

$$\underline{\eta_{i,j} = -1,772 \cdot 10^{-5} f_{i,j} + 0,288 \eta_{i,j}}$$

Ermittlung der $f_{i,j}$:

$$f_{i,j} = \frac{1}{2} \left\{ 1,76 \cdot 10^6 \sin 15 \left(u - \frac{\varphi_i}{15} \right) + 461 \cdot 10^6 \left[15 \sin \frac{\pi}{24} (u-1) + 10 \right] \right\}$$

$$\begin{aligned} \text{Intervalle: } \Delta u &= 1 \text{ Std} \\ \Delta \varphi &= 16,20 = \frac{180}{6} \end{aligned}$$

Bedingung: Einschränkung nur vorhanden für:

$$\frac{\varphi_i}{15} < u < 12 + \frac{\varphi_i}{15}$$

$$\begin{aligned} \text{z.B. } u=0 \quad \frac{\varphi_i}{15} < 0 \quad \varphi_i &= 0 \\ 0 < 12 + \frac{\varphi_i}{15} \quad -12 \cdot 15 < \varphi_i \\ &= -180 < \varphi_i \end{aligned}$$

$$u=0 \quad -180 < \varphi < 0$$

$$u=1 \quad -165 < \varphi < 15$$

$$u=2 \quad -135 < \varphi < 30$$

$$u=3 \quad -120 < \varphi < 45$$

$$u=4 \quad -105 < \varphi < 60$$

$$u=5 \quad -90 < \varphi < 75$$

$$u=6 \quad -75 < \varphi < 90$$

$$u=7 \quad -60 < \varphi < 105$$

$$u=8 \quad -45 < \varphi < 120$$

$$u=9 \quad -30 < \varphi < 135$$

$$u=10 \quad -15 < \varphi < 150$$

$$f_j = - \{ 1.76 \cdot 10^6 K + 0.61 \cdot 10^9 J \} \text{ (empirische Abhängigkeit)}$$

$$\text{höher: } K = m(15u - \varphi_i)$$

$$K = m(15u - \varphi)$$

$$J = 25 \cdot m \cdot \frac{u}{24} (u+3) + 10 \quad \left. \vphantom{J = 25 \cdot m \cdot \frac{u}{24} (u+3) + 10} \right\} \text{vgl. Tabelle}$$

u	u+3	$\frac{u+3}{24}$	$\frac{u}{24}$	$m \frac{u}{24}$	$25 m \frac{u}{24}$	J	$461 J \times 10^4$
0	3	1/8	22.5	+0.283	+19.6	+19.6	+90.5
1	4	1/6	30	+0.500	+22.5	+22.5	+104
2	5	1/24	37.5	+0.609	+25.2	+25.2	+116
3	6	1/4	45	+0.707	+27.7	+27.7	+128
4	7	2/24	52.5	+0.793	+29.8	+29.8	+137.5
5	8	1/3	60	+0.866	+31.7	+31.7	+146
6	9	2/24	67.5	+0.924	+33.2	+33.2	+152.5
7	10	10/24	75	+0.966	+34.2	+34.2	+157.5
8	11	11/24	82.5	+0.991	+34.8	+34.8	+160.0
9	12	1/2	90	1.00	+35.00	+35.00	+161.0
10	13	13/24	97.5	0.991	+34.8	+34.8	+160.0
11	14	14/24	105.0	0.966	+34.2	+34.2	+157.5
12	15	15/24	112.5	0.924	+33.2	+33.2	+152.5

Für die Ermittlung von J vgl. die Tabellen
auf dem folgenden Blatt

$$K = m / (100 - \varphi)$$

$-\varphi$	$u=0$	100	1000	m	1000	$u=1$	100	1000	m	1000
0				0	0		15	15	+0.159	+0.415
-16.7				-0.087	-0.105		15	-17	-0.0291	-0.072
-33.4				-0.157	-0.170		15	-28.4	-0.316	-0.175
-50.1				-0.167			15	-35.0	-0.175	-0.07
+16.7							15	+31.2	+0.126	+0.724
+33.4										
+50.1										

$-\varphi$	$u=2$					$u=3$				
0		30	30	+0.500	+0.88		45	+0.702	17.20	
-16.7		30	+13.2	+0.23	+0.405		45	+18.3	+0.440	+0.880
-33.4		30	-3.4	-0.059	-0.100		45	+11.6	+0.201	+0.370
-50.1		30	-20.7	-0.304	-0.605		45	-17.7	-0.089	-0.17
+16.7		30	+06.7	+0.778	+1.28		45	+61.7	+0.88	+7.15
+33.4		30	+62.4	+0.890	+1.570		45	+78.4	+0.980	+1.22
+50.1		30	+80.0				45	+97.1	+0.996	+1.25

- 4	4-4			4-5				
0	60	60	+0516	-11.52	75	75		
-06.1	60	+03.3	+0666	+7.24	75	+08.3	+0817	+7.49
-33.4	60	+12.6	+0448	+0.82	75	+09.2	+0664	+0.12
-50.1	60	+3.7	+0942	+5.802	75	+24.9	+0422	+0.707
-14.2	60	+12.6	+0923	+4.27	75	+09.2	+0200	+1.126
-153.4	60	+03.4	+0398	+0.75	75	+108.4	+0.949	+1.64
-150.1	60	+110.1	+0339	+1.64	75	+125.1	+0818	+0.444

+ 4	4-6			4-2				
90	90	+1000	+7.72	75	75	+0966	+1.20	
90	+06.2	+0312	+1.68	75	+02.2	+0817	+1.10	
90	+12.3	+0835	+0.42	75	+13.8	+0664	+1.12	
90	+140.9	+0604	+1.03	75	+155.9	+0422	+0.207	
90	+123.3	+0312	+0.68	75	+88.3	+0200	+1.126	
10	+12.6	+0835	+0.42	75	+12.6	+0200	+0.642	
90	+139.9	+0604	+1.03	75	+120.9	+0818	+0.444	

40	4-8						4-9				
	120	120	120	120	120	120	135	+185	+0.45	+1.245	
	120	120	120	120	120	120	135	+17.1	+0.420	+1.885	
	120	120	120	120	120	120	135	+16.84	+0.204	+0.370	
	120	120	120	120	120	120	135	+17.1	+0.05	+0.6	
	120	120	120	120	120	120	135	+13.3	+0.665	+1.12	
	120	120	120	120	120	120	135	+10.6	+0.98	+1.12	
	120	120	120	120	120	120	135	+14.9	+0.996	+1.125	

40	4-10						4-11				
	110	110	110	110	110	110	165	+0.759	+0.478		
	110	110	110	110	110	110	165	+0.03	+0.07		
	110	110	110	110	110	110	165				
	110	110	110	110	110	110	165				
	110	110	110	110	110	110	165	+0.803	+0.920		
	110	110	110	110	110	110	165	+0.6	+0.32		
	110	110	110	110	110	110	165	+0.69	+0.60		

Für doppelte Abstrahlung sind die Werte mit 2 zu multiplizieren. In der folgenden Tabelle werden die Werte $2k+3$ mit den zugehörigen Tabellen $7.7 \cdot 10^6$ und $4.61 \cdot 10^6$ addiert, neu aufgeführt.

Fig.-Tabelle (doppelte Abstrahlung) $\cdot 10^4$ (negative Werte)

k	$\varphi=0$	$\varphi=16.7$	$\varphi=33.4$	$\varphi=50.1$	$\varphi=66.7$	$\varphi=83.4$	$\varphi=100.1$
$k=0$	+787.0 0	+757.0 +18.5	+727.0 +97.0	+697.0 +135.0	+667.0 0	+637.0 0	+607.0 0
	+787.0	+727.5	+668.0	+608.0	+548.0	+488.0	+428.0
$k=1$	+208.0 +45.5	+208.0 +92.5	+168.0 +132.0	+128.0 +160.0	+88.0 -5.1	+48.0 0	+8.0 0
	+213.5	+300.5	+240.0	+178.0	+122.8	+68.0	+16.0
$k=2$	+232 +66	+232 +118	+232 +157	+132 +173	+232 +40.5	+232 -10.4	+232 0
	+220	+260	+289	+305	+277.5	+227.6	+222.0
$k=3$	+212 +74	+212 +117	+156 +172	+116 +175	+212 +83.5	+212 +85	+212 -10.1
	+280	+244	+198	+141	+239.5	+229.4	+240.3
$k=4$	+225 +112.0	+225 +127.0	+225 +125	+225 +65	+225 +72	+225 +48.7	+225 +20.2
	+477.0	+446.0	+410	+340	+296	+257.7	+217.2
$k=5$	+292 +170	+292 +176	+292 +162.0	+292 +144.0	+292 +149	+292 +117.0	+292 +74.1
	+462.0	+468.0	+459.0	+426.0	+441.0	+409.0	+366.9
$k=6$	+305 +170	+305.0 +169.0	+305.0 +147.0	+305.0 +112.0	+305.0 +168.0	+305.0 +147.0	+305.0 +113.0
	+408.0	+402.0	+402.0	+368.0	+473.0	+452.0	+418.0
$k=7$	+315 +170	+315 +152	+315 +117	+315 +74.1	+315 +176	+315 +167.0	+315 +144.0
	+485.0	+465.0	+432.0	+389.1	+497.0	+482.0	+459.0

Fortsetzung fig. Tabelle

η	$\eta=0$	$\eta=-16,7$	$\eta=-33,4$	$\eta=-50,1$	$\eta=+16,7$	$\eta=+33,4$	$\eta=+50,1$
$\eta=8$	+320 +152,0	+320 +121,0	+320 +29,0	+320 -80,1	+320 -177,0	+320 -146,0	+320 -115,0
	+472,0	+441,0	+399,0	+357,2	+499,0	+476,0	+453,0
$\eta=9$	+312 +124,5	+312 +83,5	+312 +41,5	+312 -76,0	+312 +117,0	+312 +122,0	+312 +175,5
	+406,5	+405,5	+357,4	+306,6	+437,0	+494,0	+497,5
$\eta=10$	+320 +88,0	+320 +40,5	+320 -10,5	+320 0	+320 +128,0	+320 +157,0	+320 +173,0
	+408,0	+380,5	+359,5	+320	+448,0	+472,0	+492,0
$\eta=11$	+315,0 +413,6	+315 -5,0	+315,6 0	+315,0 0	+315,0 193,0	+315,0 +132,0	+315,0 +160,0
	+826,6	+310,0	+315,0	+315,0	+468,0	+402,0	+475,0

Ausführung 133) gegeben sind mit fig. die aufsteigenden Temperaturen

Randbedingung $\eta=0$

$$T - T_L = 19,6^\circ\text{C}$$

	$\eta=-16,7$	$\eta=-33,4$	$\eta=-50,1$	$\eta=0$	$\eta=+16,7$	$\eta=+33,4$	$\eta=+50,1$
$\eta=0 / T_{12}$	19,6	19,6	19,6	19,6	19,6	19,6	19,6
$\eta=1$	+24,4 0,188 T_{12}	+21,4 0,188 T_{12}	+17,8 0,188 T_{12}	+13,9 0,188 T_{12}	+10,9 0,188 T_{12}	+13,9 0,188 T_{12}	+17,8 0,188 T_{12}
$T_{12}+1$	+30,1	+27,7	+23,5	+19,6	+17,6	+17,6	+19,6
$\eta=2$	+28,0 +8,2	+26,2 +7,8	+23,1 +6,8	+19,5 +5,2	+15,6 +5,2	+16,0 +5,2	+16,0 +5,2
	+37,4	+32,0	+27,7	+15,2	+21,3	+21,7	+21,7
$\eta=3$	+312 +10,8	+30,0 +9,8	+27,2 +8,5	+24,2 +7,3	+21,0 +6,7	+19,5 +6,30	+14,9 +6,20
$\eta=4$	+42,0 +33,2 +12,1	+39,8 +23,0 +19,4	+36,3 +21,2 +10,5	+24,0 +19,4 +9,8	+17,7 +26,7 +7,8	+23,25 +22,00 +6,20	+24,20 +18,5 +7,0
	+415,3	+441,4	+423,3	+393,3	33,9	+29,10	+25,5

$u /$							
$u=5$	31.0 12.7	31.7 12.6	32.0 12.1	32.5 11.1	32.5 9.45	32.2 8.4	124.5 7.25
Tig	44.0	44.5	46.5	44.2	40.25	35.6	21.85
$u=6$	33.6 13.6	35.3 13.1	36.1 12.4	35.6 12.2	30.0 10.5	21.5 10.2	78.2 9.15
	47.2	49.0	49.5	48.2	44.20	41.2	32.25
$u=7$	32.2 13.6	34.8 12.2	36.8 11.45	37.7 13.5	36.0 12.5	34.8 12.0	32.2 10.8
	45.8	48.5	52.65	51.0	48.90	46.8	43.0
$u=8$	30.0 13.2	32.2 11.9	35.8 10.8	37.1 10.2	32.2 11.1	32.0 10.5	21.3 12.4
	43.2	47.3	52.4	52.0	50.6	48.5	42.7
$u=9$	27.0 11.42	30.1 12.4	34.0 11.45	36.0 11.5	32.2 11.6	30.6 11.15	32.1 12.45
	39.42	44.5	48.5	52.4	52.0	52.15	57.75
$u=10$	23.6 11.85	27.5 12.15	31.2 12.5	34.0 11.8	33.8 11.8	32.0 11.2	32.5 11.2
	34.95	40.4	45.7	49.2	48.6	43.2	53.1
$u=11$	24.6 10.95	23.8 11.15	27.8 12.0	31.5 11.0	34.5 11.0	36.4 11.5	31.6 11.2
	20.65	25.25	40.8	45.6	48.5	52.7	52.0
$u=12$	24.3 11.5	24.4 10.15	23.9 11.72	27.8 12.7	31.4 11.0	30.4 11.0	26.6 11.2
	20.2	24.15	25.60	46.9	45.4	44.4	57.8

In gleicher Weise der Temperaturverlauf für einfache
Abstrahlung ermittelt. Außerdem wurde Funktion
1.2) numerisch ausgewertet. Die einzelnen Rechnungen
beiden des Laufs liegen nicht niedergelegt. Die
Anschätzung (am 130) wird aus einem Beispiel mit
genügend niedrigen Temperaturwerten für einfache

Abstrahlung γ \rightarrow γ

$$T_1 = C_1 e^{-\frac{\gamma}{\alpha_m} t} - \frac{\gamma}{\alpha_m} \left(\frac{25 \cos \left[\frac{\pi}{24} (t-3) + \alpha \right]}{\sqrt{\left(\frac{25}{\alpha_m} \right)^2 + \left(\frac{\pi}{24} \right)^2}} + 10 - \frac{0,6}{\alpha_m} \frac{\gamma}{\gamma} \cos \left[0,262 (t-6-\frac{\gamma}{15}) + \alpha \right] \right)$$

$$(\gamma = 0,262, \lg \alpha = \frac{\gamma}{\alpha_m} \frac{24}{\pi}, \lg \alpha = \frac{\gamma}{\alpha_m} \gamma)$$

$$\text{Bereich 1: } 6 + \frac{\gamma}{15} < t < 18 + \frac{\gamma}{15} \quad \text{Bereich 1}$$

$$\text{Im Bereich } 6 + \frac{\gamma}{15} > t > 18 + \frac{\gamma}{15} \quad \text{für Bereich 2}$$

$$T_1 = C_1 e^{-\frac{\gamma}{\alpha_m} t} - \frac{\gamma}{\alpha_m} 25 \cdot \frac{10 \cos \left[\frac{\pi}{24} (t-3) + \alpha \right]}{\sqrt{\left(\frac{25}{\alpha_m} \right)^2 + \left(\frac{\pi}{24} \right)^2}} + 10,$$

Beispiel: Temperaturverlauf für $\gamma_i = -50^\circ$

$$\text{Bereich 1: } 2,67^\circ < t < 14,67^\circ$$

$$\text{Bereich 2: } t > 14,67^\circ$$

$$\alpha = 12, \quad \gamma = 2,4, \\ m = 168 \text{ kg/m}^2, \quad \alpha_m = 35,2, \\ c = 0,2$$

$$T_1 = C_1 e^{-0,37 t} - \frac{0,37 \cdot 25}{\sqrt{0,127 + 0,172}} \cos \left[\frac{\pi}{24} (t-3) + \alpha \right] + 10 \\ - \frac{0,6}{35,2} \frac{2,4}{\gamma} \cos \left[0,262 (t-6-\frac{\gamma}{15}) + \alpha \right] \\ \sqrt{0,127 + 0,07}$$

$$\lg \alpha = 0,37 \frac{\pi}{\gamma} \rightarrow \alpha = 70,5^\circ$$

$$\lg \alpha = \frac{0,37}{0,262} \rightarrow \alpha = 54,6^\circ$$

$$T_1 = C_1 e^{-0,37 t} - 23,5 \cos \left[\frac{\pi}{24} (t-3) + 70,5 \right] + 10 - 0,0163 / 25 t - 11 - 35,4$$

Bedingung für die Bestimmung von C_1

Für $t = 6^{\circ\circ}$ $T_1 = T_1'$

$$T_1 = 0,108 C_1 + 11,23 - 7,8$$

$$T_1 = 25 \sin \frac{\pi}{24} 3 + 10 ; T_1 = 19,5^{\circ\circ}$$

$$T_1 = T_1'$$

$$19,5 = 0,108 C_1 + 11,23 - 7,8$$

$$C_1 = 4,35$$

Temperatur im Bereich 1:

$$T_1 = 4,35 e^{-0,37t} - 13,5 \cos \left[\frac{\pi}{24} (t-3) + 70,5^{\circ} \right] + 10$$

$$- 30,9 \cos [15t + 14,6]$$

Gültig für $1^{\circ\circ} \leq t \leq 14,67^{\circ\circ}$

Bedingung für die Bestimmung von C_2

$t = 14,67^{\circ\circ}$ $T_1 = T_2$

$$T_1 = 4,35 e^{-0,37t} - 13,5 \cos 118,0 + 30,9 \cos 824,6$$

$$T_1 = 49,82^{\circ\circ}$$

und T_2 : (das sind weil Einstrahlung auffällt t)

$$T_2 = C_2 \cdot 4,4 \cdot 10^{-3} - 23,5 \cos 118,0 + 10$$

$$T_1 = T_2$$

$$49,82 = C_2 \cdot 4,4 \cdot 10^{-3} + 31,90 \rightarrow C_2 = 4070$$

Temperatur im Bereich 2

$$T_2 = 4070 e^{-0,37t} - 23,5 \cos \left[\frac{\pi}{24} (t-3) + 70,5^{\circ} \right] + 10$$

Gültig für $t > 14,67$

Der Temp.-Verlauf ist damit bekannt.

Zur Seite -31- Diagramme 11

Gleichung (32)

$$T(\beta, \varphi, t) = (\overline{T}_{\beta=90} - T_{\beta=0}) \cdot \frac{\beta}{90} + T_{\beta=0}$$

Wir benötigen zunächst $T_{\beta=0}$, $\overline{T}_{\beta=90}$ bekannt.

Für $\varphi = -90$ $T = T_L$, für $\varphi = 0$ $\overline{T}_{\beta=0} = \overline{T}_{\beta=90}$

Annahme: Übergang sinus-förmig

t	T_L	$\overline{T}_{\beta=90}$	$\Delta T(t)$
6 ⁰⁰	19.6	19.6	0
8 ⁰⁰	25.2	25.2	0
10 ⁰⁰	29.8	39.2	9.4
12 ⁰⁰	33.1	48.30	15.2
14 ⁰⁰	34.80	52.10	17.3
16 ⁰⁰	34.80	49.2	14.4
18 ⁰⁰	33.10	40.9	7.8

Es gilt:

$$\overline{T}_{\beta=0}(\varphi, t) = \Delta \overline{T}_{\beta=0}(t) \cos \varphi + T_L(t)$$

(Auswertung nach unten
stehende Tabelle)

Für $t = 6^{00}, 8^{00}$

$T_{\beta=0} = 19.6^\circ \text{C bzw. } 25.2^\circ \text{C}$
da $\Delta \overline{T}_{\beta=0}(t) = 0$

$t = 10^{00}$		$t = 12^{00}$		$t = 14^{00}$			
φ	$\cos \varphi$	$\Delta \overline{T}_{\beta=0} \cos \varphi$	$\overline{T}_{\beta=0}$	$\Delta \overline{T}_{\beta=0} \cos \varphi$	$\overline{T}_{\beta=0}$	$\Delta \overline{T}_{\beta=0} \cos \varphi$	$\overline{T}_{\beta=0}$
-90.1	0.6424	6.01	35.81	9.75	42.86	10.91	45.71
-53.4	0.8348	7.82	37.62	12.70	45.80	14.20	49.00
-16.7	0.9758	9.00	38.8	14.50	47.60	16.10	50.9
0	1.00	9.40	39.20	15.20	48.30	17.30	52.1
16.7		9.00	38.80		47.60		50.9
53.4		7.82	37.62		45.80		49.0
90.1		6.01	35.81		42.86		45.71

$t = 14^{\circ}$

$t = 15^{\circ}$

ψ	ϵ_{10}	ΔT_{10}	$T_{\beta=0}$	ΔT_{10}	$T_{\beta=0}$
-50.1	0.64	9.25	44.05	1.5	38.1
-33.4	0.835	12.10	46.80	6.5	39.1
-16.7	0.960	13.21	48.67	7.46	40.16
0	1.10	14.40	49.20	7.8	40.9
+16.7			48.67		40.6
+33.4			46.8		39.6
+50.1			44.10		38.10

$T_{\beta=0}$ bekannt

Zur folgenden wird $T_{\beta=90} - T_{\beta=0}$ ermittelt

t / ψ	-50.1	-33.4	-16.7	0	+16.7	+33.4	+50.1
$t = 6^{\circ}$	$T_{\beta=90}$ 19.6	19.6	19.6				
	$T_{\beta=0}$ 19.6	19.6					
	0	0	0	0	0	0	0
$t = 8^{\circ}$	37.8 25.2	34.0 25.2	29.9 25.2	25.2 25.2	21.3 25.2	21.7 25.2	21.2 25.2
	+12.2	+8.8	+4.7	0	-3.9	-3.5	-3.5
$t = 10^{\circ}$	45.3 35.10	44.4 37.62	47.2 38.8	39.2 39.2	33.5 38.80	29.10 37.62	25.5 35.81
	19.49	16.38	13.40	0	-4.90	-8.52	-10.81
$t = 12^{\circ}$	47.2 42.86	49.0 45.80	49.5 47.10	48.3 48.3	44.80 47.00	47.70 45.50	37.35 42.86
	+4.84	+3.20	1.90	0	-3.80	-4.7	-5.17
$t = 14^{\circ}$	+42.2 +45.7	47.30 49.0	52.4 50.5	52.7 52.7	57.6 50.5	50.5 49.0	47.70 45.71
	-2.57	-7.70	-0.5	0	+0.70	+7.5	+7.97
$t = 16^{\circ}$	34.95 44.05	40.15 46.80	45.1 48.67	49.2 49.2	48.6 48.67	53.2 46.8	50.7 44.10
	-9.10	-6.15	-3.17	0	+0.0	+6.4	+7.00
$t = 18^{\circ}$	34.2 38.1	34.15 39.60	35.62 40.16	40.5 40.9	45.4 40.16	49.1 38.6	57.8 38.7
	-3.9	-5.45	-4.54	0	10.84	19.8	13.70

$$f = 1.0$$

$$\begin{array}{rcl} -0.068 & \times & +1.05 = -0.071 \\ +0.365 & \times & \frac{(+)}{-} 2.78 = \frac{(+)}{-} 1.115 \\ -0.062 & \times & \frac{(-)}{+} 3.75 = \frac{(+)}{-} 0.232 \\ +0.530 & & +1.05 = +0.576 \\ & & \hline & & -0.262 \\ & & (+1.732) \end{array}$$

$$f = 2.0$$

$$\begin{array}{rcl} -0.547 & \times & +1.05 = -0.576 \\ +0.014 & \times & \frac{(+)}{-} 2.78 = \frac{(+)}{-} 0.26 \\ +0.112 & \times & \frac{(-)}{+} 3.75 = +0.420 \\ +0.247 & \times & +1.05 = +0.259 \\ & & \hline & & -0.137 \\ & & (+1.777) \end{array}$$

$$f = 3.0$$

$$\begin{array}{rcl} -0.585 & \times & +1.05 = -0.595 \\ +0.273 & \times & \frac{(+)}{-} 2.78 = \frac{(+)}{-} 0.760 \\ +0.202 & \times & \frac{(-)}{+} 3.75 = +0.756 \\ +0.064 & \times & +1.05 = +0.062 \\ & & \hline & & -0.582 \\ & & (+0.524) \end{array}$$

$$f = 4.0$$

$$\begin{array}{rcl} -0.253 & \times & +1.05 = -0.266 \\ +0.050 & \times & \frac{(+)}{-} 2.78 = \frac{(+)}{-} 0.150 \\ +0.137 & \times & \frac{(-)}{+} 3.75 = \frac{(-)}{+} 0.515 \\ -0.020 & \times & +1.05 = -0.021 \\ & & \hline & & -0.078 \\ & & (-0.652) \end{array}$$

$$\bar{\varphi} = 5.0$$

$$\begin{aligned} +0.017 \times +2.05 &= +0.0348 \\ -0.052 \times (+)2.78 &= (-)0.144 \\ +0.02 \times (+)3.75 &= (+)0.75 \\ -0.0292 \times +2.05 &= -0.05986 \\ \hline &+0.247 \\ &(-0.273) \end{aligned}$$

In gleicher Weise sind die Schnittkräfte

$$\overline{N_{yx}} = \overline{n_{px}}, \quad \overline{N_{yz}} = \overline{n_{pz}}, \quad \overline{N_{xy}} = \overline{n_{xy}}$$

zu ermitteln jeweils für den linken rechten Schalenrand

Die tatsächlichen Schnittkräfte sind nach [5]

$$\begin{aligned} u_x &= +3.846 \cdot \overline{n_x} \\ A_{px} &= +1.961 \cdot \overline{n_{px}} \\ n_{\varphi} &= +1.0 \cdot \overline{n_{\varphi}} \\ m_{\varphi x} &= +0.0349 \cdot \overline{m_{\varphi x}} \end{aligned}$$

Dieser Rechenvorgang wurde insgesamt 3x durchgeführt

T_i	$t = 10^{\circ}\text{C}$	linker Rand, rechter Rand
	$t = 14^{\circ}\text{C}$	" "
	$t = 16^{\circ}\text{C}$	" "

(Ergebnisse nach Bild 24)

06. März 2006
30-0506/607

